**Министерство образования Красноярского края**

**краевое государственное бюджетное**

**профессиональное образовательное учреждение**

**«Минусинский сельскохозяйственный колледж»**

**Методические указания**

**по организации и проведению практических работ**

**по дисциплине ЕН.01. Математика**

**с обучающимися очной формы обучения по специальностям**

08.02.07.Монтаж и эксплуатация внутренних сантехнических устройств, кондиционирования воздуха и вентиляции,

35.02.07.Механизация сельского хозяйства,

35.02.08.Электрификация и автоматизация сельского хозяйства,

13.02.02.Теплоснабжение и теплотехническое оборудование,

23.02.03.Техническое обслуживание и ремонт автомобильного транспорта,

23.02.01.Организация перевозок и управление на транспорте (по видам),

19.02.03.Технология хлеба, кондитерских и макаронных изделий,

19.02.07.Технология молока и молочных продуктов,

38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям)

**Минусинск, 2017**

##### Одобрены цикловой комиссией

#### математических и общих

естественнонаучных дисциплин

#### Протокол №\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

#### «\_\_\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_20\_\_ г.

Методист ЦК

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ А.А. Грушевская

Методические указания по организации и проведению практических работ предназначены для студентов и преподавателей, обучающих студентов специальностей 08.02.07.Монтаж и эксплуатация внутренних сантехнических устройств, кондиционирования воздуха и вентиляции, 35.02.07.Механизация сельского хозяйства, 35.02.08.Электрификация и автоматизация сельского хозяйства, 13.02.02.Теплоснабжение и теплотехническое оборудование, 23.02.03.Техническое обслуживание и ремонт автомобильного транспорта, 23.02.01.Организация перевозок и управление на транспорте (по видам), 19.02.03.Технология хлеба, кондитерских и макаронных изделий, 19.02.07.Технология молока и молочных продуктов, 38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям). Методические указания, в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом и программой дисциплины ЕН.01.Математика, содержат 14 практических работ.

Методические указания по организации и проведению практических работ содержат основные положения по технике безопасности при работе в кабинете, краткое обоснование цели работы, перечень необходимых материалов и оборудования для проведения работы, необходимые справочные материалы для математической обработки результатов выполнения задания.

Составители: Селицкая Светлана Владимировна, преподаватель математики первой квалификационной категории;

Шешина Елена Владимировна, преподаватель математики первой квалификационной категории, КГБПОУ «Минусинский сельскохозяйственный колледж».

Рецензент: Соцкова Татьяна Ивановна, преподаватель математики высшей квалификационной категории, КГБ ПОУ «Минусинский сельскохозяйственный колледж».

КГБПОУ «Минусинский сельскохозяйственный колледж»

**Рецензия**

на методические указания по организации и выполнению практических работ для студентов очной формы обучения специальностям 08.02.07.Монтаж и эксплуатация внутренних сантехнических устройств, кондиционирования воздуха и вентиляции, 35.02.07.Механизация сельского хозяйства, 35.02.08.Электрификация и автоматизация сельского хозяйства, 13.02.02.Теплоснабжение и теплотехническое оборудование, 23.02.03.Техническое обслуживание и ремонт автомобильного транспорта, 23.02.01.Организация перевозок и управление на транспорте (по видам), 19.02.03.Технология хлеба, кондитерских и макаронных изделий, 19.02.07.Технология молока и молочных продуктов, 38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям).

**Авторы:** Селицкая Светлана Владимировна, Шешина Елена Владимировна, преподаватели математики КГБПОУ «Минусинский сельскохозяйственный колледж».

**Рецензент:** Соцкова Татьяна Ивановна, преподаватель математики КГБПОУ «Минусинский сельскохозяйственный колледж».

Методические указания составлены в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины ЕН.01.Математика для студентов очной формы обучения специальностям 08.02.07.Монтаж и эксплуатация внутренних сантехнических устройств, кондиционирования воздуха и вентиляции, 35.02.07.Механизация сельского хозяйства, 35.02.08.Электрификация и автоматизация сельского хозяйства, 13.02.02.Теплоснабжение и теплотехническое оборудование, 23.02.03.Техническое обслуживание и ремонт автомобильного транспорта, 23.02.01.Организация перевозок и управление на транспорте (по видам), 19.02.03.Технология хлеба, кондитерских и макаронных изделий, 19.02.07.Технология молока и молочных продуктов, 38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям).

Методические указания составлены грамотно, каждый раздел содержит краткое теоретическое обоснование, все инструкционно-технологические карты выполнены по одной схеме, что позволяет студентам в процессе обучения систематизировать полученные знания и выработать единую методическую схему использования практических приемов и соответствует требованиям ФГОС СПО. Методические указания содержат необходимый справочный материал, что облегчает математическую обработку результатов практической работы.

Актуальность данных методических указаний в том, что материал практических работ позволяет формировать у студентов общие и профессиональные компетенции. Цикл практических работ, предложенных авторами, позволяет сформировать у студентов навыки нахождения производной сложной функции, исследования функции с помощью первой и второй производной, вычисления неопределённых и определённых интегралов, решения дифференциальных уравнений, разложения степенных функций в ряд Маклорена, решения задач теории вероятностей.

Данные указания могут быть рекомендованы для широкого применения преподавателям, ведущим данную дисциплину.

Рецензент Т.И. Соцкова

«\_\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2017г.

**Содержание**

#### Введение ..................................................................................................................7

Общие методические указания............................................................................ .13

Инструкция по правилам безопасности для обучающихся в кабинете

[математики](https://ohranatruda.ru/ot_biblio/instructions/166/151519/) ………………………………………………………………………..16

Образец выполнения практической работы…………………………………… 18

**Тема «**Дифференциальное и интегральное исчисление»………………………19

Практическая работа 1. «Нахождение производных сложных функций»…….19

Практическая работа 2*.* «Исследование функций с помощью 1-ой и 2-ой производных, построение графика»………………………………………………22

Практическая работа 3. «Применение дифференциального исчисления к исследованию функции» ………………………………………………………….28

Практическая работа 4. «Нахождение неопределенных интегралов» ………..32

Практическая работа 5. «Вычисление определенных интегралов» …………..37

Практическая работа 6. «Решение простейших прикладных задач с помощью определенного интеграла» ………………………………………………………..41

Практическая работа 7. «Вычисление определённого интеграла (контрольная работа)» ……………………………………………………………………………45

**Тема «**Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Практическая работа 8. «Решение дифференциальных уравнений» …………49

Практическая работа 9. «Решение дифференциальных уравнений 2 порядка» ……………………………………………………………………….......................53

Практическая работа 10. «Обыкновенные дифференциальные уравнения (контрольная работа)»…………………………………………………………….56

**Тема** «Последовательности и ряды»

Практическая работа 11. «Разложение функций в ряд Маклорена»…………..58

Практическая работа 12. «Применение степенных рядов к приближенным вычислениям значений функций»……………………………………………….62

**Тема «**Основы теории вероятностей»

Практическая работа 13. «Решение задач по теории вероятностей» ……….67

**Тема «**Основы теории математической статистики»

Практическая работа 14. «Решение простейших задач математической статистики»……………...………………………………………………………..70

Практическая работа 15. Решение систем линейных уравнений различными методами………………………………………………………………………….73

Практическая работа 16. Вычисление пределов функций с использованием формул первого и второго замечательного предела…………………………..76

Практическая работа 17. Вычисление линейных комбинаций и умножение матриц…………………………………………………………………………….80

Заключение ……….............................................................................................. 84

Литература………………..……………………………….................................. 85

**Введение**

Методические указания направлены на формирование общих и профессиональных компетенций, предусмотренных федеральным государственным образовательным стандартом для специальностей 08.02.07.Монтаж и эксплуатация внутренних сантехнических устройств, кондиционирования воздуха и вентиляции, 35.02.07.Механизация сельского хозяйства, 35.02.08.Электрификация и автоматизация сельского хозяйства, 13.02.02.Теплоснабжение и теплотехническое оборудование, 23.02.03.Техническое обслуживание и ремонт автомобильного транспорта, 23.02.01.Организация перевозок и управление на транспорте (по видам), 19.02.03.Технология хлеба, кондитерских и макаронных изделий, 19.02.07.Технология молока и молочных продуктов, 38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям):

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 6. Работать в коллективе и в команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), за результат выполнения заданий.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

Профессиональные компетенции для специальности 08.02.07.Монтаж и эксплуатация внутренних сантехнических устройств, кондиционирования воздуха и вентиляции:

ПК 1.1. Организовывать и выполнять подготовку систем и объектов к монтажу.

ПК 1.2. Организовывать и выполнять монтаж систем водоснабжения и водоотведения, отопления, вентиляции и кондиционирования воздуха.

ПК 1.3. Организовывать и выполнять производственный контроль качества монтажных работ.

ПК 1.4. Выполнять пусконаладочные работы систем водоснабжения и водоотведения, отопления, вентиляции и кондиционирование воздуха.

ПК 1.5. Осуществлять руководство другими работниками в рамках подразделения при выполнении работ по монтажу систем водоснабжения и водоотведения, отопления, вентиляции и кондиционирования воздуха.

ПК 2.1. Осуществлять контроль и диагностику параметров эксплуатационной пригодности систем и оборудования водоснабжения и водоотведения, отопления, вентиляции и кондиционирования воздуха.

ПК 2.2. Осуществлять планирование работ, связанных с эксплуатацией и ремонтом систем.

ПК 2.3. Организовывать производство работ по ремонту инженерных сетей и оборудования строительных объектов.

ПК 2.4. Осуществлять надзор и контроль за ремонтом и его качеством.

ПК 2.5. Осуществлять руководство другими работниками в рамках подразделения при выполнении работ по эксплуатации систем водоснабжения и водоотведения, отопления, вентиляции и кондиционирования воздуха.

ПК 3.1. Конструировать элементы систем водоснабжения и водоотведения, отопления, вентиляции и кондиционирования воздуха.

ПК 3.2. Выполнять основы расчета систем водоснабжения и водоотведения, отопления, вентиляции и кондиционирования воздуха.

ПК 3.3. Составлять спецификацию материалов и оборудования систем водоснабжения и водоотведения, отопления, вентиляции и кондиционирования воздуха на основании рабочих чертежей.

Профессиональные компетенции для специальности 35.02.07.Механизация сельского хозяйства

ПК 1.1. Выполнять регулировку узлов, систем и механизмов двигателя и приборов

электрооборудования.

ПК 1.2. Подготавливать почвообрабатывающие машины.

ПК 1.3. Подготавливать посевные, посадочные машины и машины для ухода за посевами.

ПК 1.4. Подготавливать уборочные машины.

ПК 1.5. Подготавливать машины и оборудование для обслуживания животноводческих ферм,

комплексов и птицефабрик.

ПК 1.6. Подготавливать рабочее и вспомогательное оборудование тракторов и автомобилей.

ПК 2.1. Определять рациональный состав агрегатов и их эксплуатационные показатели.

ПК 2.2. Комплектовать машинно-тракторный агрегат.

ПК 2.3. Проводить работы на машинно-тракторном агрегате.

ПК 2.4. Выполнять механизированные сельскохозяйственные работы.

ПК 3.1. Выполнять техническое обслуживание сельскохозяйственных машин и механизмов.

ПК 3.2. Проводить диагностирование неисправностей сельскохозяйственных машин и механизмов.

ПК 3.3. Осуществлять технологический процесс ремонта отдельных деталей и узлов машин и

механизмов.

ПК 3.4. Обеспечивать режимы консервации и хранения сельскохозяйственной техники.

ПК 4.2. Планировать выполнение работ исполнителями.

ПК 4.3. Организовывать работу трудового коллектива.

ПК 4.4. Контролировать ход и оценивать результаты выполнения работ исполнителями.

ПК 4.5. Вести утвержденную учетно-отчетную документацию.

Профессиональные компетенции для специальности 35.02.08.Электрификация и автоматизация сельского хозяйства:

ПК 1.1. Выполнять монтаж электрооборудования и автоматических систем управления.

ПК 1.2. Выполнять монтаж и эксплуатацию осветительных и электронагревательных установок.

ПК 1.3. Поддерживать режимы работы и заданные параметры электрифицированных и автоматических систем управления технологическими процессами.

ПК 2.1. Выполнять мероприятия по бесперебойному электроснабжению сельскохозяйственных предприятий.

ПК 2.2. Выполнять монтаж воздушных линий электропередач и трансформаторных подстанций.

ПК 2.3. Обеспечивать электробезопасность.

ПК 3.1. Осуществлять техническое обслуживание электрооборудования и автоматизированных систем сельскохозяйственной техники.

ПК 3.2. Диагностировать неисправности и осуществлять текущий и капитальный ремонт электрооборудования и автоматизированных систем сельскохозяйственной техники

ПК 3.3. Осуществлять надзор и контроль за состоянием и эксплуатацией электрооборудования и автоматизированных систем сельскохозяйственной техники.

ПК 3.4. Участвовать в проведении испытаний электрооборудования сельхозпроизводства.

ПК 4.1. Участвовать в планировании основных показателей в области обеспечения работоспособности электрического хозяйства сельскохозяйственных потребителей и автоматизированных систем сельскохозяйственной техники.

ПК 4.2. Планировать выполнение работ исполнителями.

ПК 4.3. Организовывать работу трудового коллектива.

ПК 4.4. Контролировать ход и оценивать результаты выполнения работ исполнителями.

Профессиональные компетенции для специальности 13.02.02.Теплоснабжение и теплотехническое оборудование:

ПК 1.1. Осуществлять пуск и останов теплотехнического оборудования и

систем тепло- и топливоснабжения.

ПК 1.2. Управлять режимами работы теплотехнического оборудования и систем тепло- и топливоснабжения.

ПК 1.3. Осуществлять мероприятия по предупреждению, локализации и ликвидации аварий теплотехнического оборудования и систем тепло- и топливоснабжения.

ПК 2.1. Выполнять дефектацию теплотехнического оборудования и систем тепло- и топливоснабжения.

ПК 2.2. Производить ремонт теплотехнического оборудования и систем тепло- и топливоснабжения.

ПК 2.3. Вести техническую документацию ремонтных работ.

ПК 3.1. Участвовать в наладке и испытаниях теплотехнического оборудования и систем тепло- и топливоснабжения.

ПК 3.2. Составлять отчётную документацию по результатам наладки и испытаний теплотехнического оборудования и систем тепло- и топливоснабжения.

ПК 4.1. Планировать и организовывать работу трудового коллектива.

ПК 4.2. Участвовать в оценке экономической эффективности производственной деятельности трудового коллектива.

ПК 4.3. Обеспечивать выполнение требований правил охраны труда и промышленной безопасности.

Профессиональные компетенции для специальности 23.02.03.Техническое обслуживание и ремонт автомобильного транспорта:

ПК 1.1. Организовывать и проводить работы по техническому обслуживанию и ремонту автотранспорта.

ПК 1.2. Осуществлять технический контроль при хранении, эксплуатации, техническом обслуживании и ремонте автотранспорта.

ПК 1.3. Разрабатывать технологические процессы ремонта узлов и деталей.

ПК 2.1. Планировать и организовывать работы по техническому обслуживанию и ремонту автотранспорта.

ПК 2.2. Контролировать и оценивать качество работы исполнителей работ.

ПК 2.3. Организовывать безопасное ведение работ при техническом обслуживании и ремонте автотранспорта.

Профессиональные компетенции для специальности 23.02.01.Организация перевозок и управление на транспорте (по видам):

ПК 1.1. Выполнять операции по осуществлению перевозочного процесса с применением современных информационных технологий управления перевозками.

ПК 1.2. Организовывать работу персонала по обеспечению безопасности перевозок и выбору оптимальных решений при работах в условиях нестандартных и аварийных ситуаций.

ПК 1.3. Оформлять документы, регламентирующие организацию перевозочного процесса.

ПК 2.1. Организовывать работу персонала по планированию и организации перевозочного процесса.

ПК 2.2. Обеспечивать безопасность движения и решать профессиональные задачи посредством применения нормативно-правовых документов.

ПК 2.3. Организовывать работу персонала по технологическому обслуживанию перевозочного процесса.

ПК 3.1. Организовывать работу персонала по обработке перевозочных документов и осуществлению расчетов за услуги, предоставляемые транспортными организациями.

ПК 3.2. Обеспечивать осуществление процесса управления перевозками на основе логистической концепции и организовывать рациональную переработку грузов.

ПК 3.3. Применять в профессиональной деятельности основные положения, регулирующие взаимоотношения пользователей транспорта и перевозчика.

Профессиональные компетенции для специальности 19.02.03. Технология хлеба, кондитерских и макаронных изделий:

ПК 1.2. Контролировать качество поступившего сырья.

ПК 1.3. Организовывать и осуществлять хранение сырья.

ПК 1.4. Организовывать и осуществлять подготовку сырья к переработке.

ПК 2.1. Контролировать соблюдение требований к сырью при производстве хлеба и хлебобулочных изделий.

ПК 2.2. Организовывать и осуществлять технологический процесс изготовления полуфабрикатов при производстве хлеба и хлебобулочных изделий.

ПК 2.3. Организовывать и осуществлять технологический процесс производства хлеба и хлебобулочных изделий.

ПК 2.4. Обеспечивать эксплуатацию технологического оборудования хлебопекарного производства.

ПК 3.1. Контролировать соблюдение требований к сырью при производстве кондитерских изделий.

ПК 3.2. Организовывать и осуществлять технологический процесс производства сахаристых кондитерских изделий.

ПК 3.3. Организовывать и осуществлять технологический процесс производства мучных кондитерских изделий.

ПК 3.4. Обеспечивать эксплуатацию технологического оборудования при производстве кондитерских изделий.

ПК 4.1. Контролировать соблюдение требований к качеству сырья при производстве различных видов макаронных изделий.

ПК 4.2. Организовывать и осуществлять технологический процесс производства различных видов макаронных изделий.

ПК 4.3. Обеспечивать эксплуатацию технологического оборудования при производстве различных видов макаронных изделий.

ПК 5.1. Участвовать в планировании основных показателей производства.

ПК 5.2. Планировать выполнение работ исполнителями.

ПК 5.3. Организовывать работу трудового коллектива.

ПК 5.4. Контролировать ход и оценивать результаты выполнения работ исполнителями.

ПК 5.5. Вести утвержденную учетно-отчетную документацию.

Профессиональные компетенции для специальности 19.02.07. Технология молока и молочных продуктов:

ПК 1.1. Принимать молочное сырье на переработку.

ПК 1.2. Контролировать качество сырья.

ПК 1.3. Организовывать и проводить первичную переработку сырья в соответствии с его качеством.

ПК 2.1. Контролировать соблюдение требований к сырью при выработке цельномолочных продуктов, жидких и пастообразных продуктов детского питания.

ПК 2.2. Изготавливать производственные закваски.

ПК 2.3. Вести технологические процессы производства цельномолочных продуктов.

ПК 2.4. Вести технологические процессы производства жидких и пастообразных продуктов детского питания.

ПК 2.5. Контролировать качество цельномолочных продуктов, жидких и пастообразных продуктов детского питания.

ПК 2.6. Обеспечивать работу оборудования для производства цельномолочных продуктов, жидких и пастообразных продуктов детского питания.

ПК 3.1. Контролировать соблюдение требований к сырью при выработке различных сортов сливочного масла и напитков из пахты.

ПК 3.2. Вести технологические процессы производства различных сортов сливочного масла.

ПК 3.3. Вести технологические процессы производства напитков из пахты.

ПК 3.4. Контролировать качество сливочного масла и продуктов из пахты.

ПК 3.5. Обеспечивать работу оборудования при выработке различных сортов сливочного масла и напитков из пахты.

ПК 4.1. Контролировать соблюдение требований к сырью при выработке сыра и продуктов из молочной сыворотки.

ПК 4.2. Изготавливать бактериальные закваски и растворы сычужного фермента.

ПК 4.3. Вести технологические процессы производства различных видов сыра.

ПК 4.4. Вести технологические процессы производства продуктов из молочной сыворотки.

ПК 4.5. Контролировать качество сыра и продуктов из молочной сыворотки.

ПК 4.6. Обеспечивать работу оборудования для производства различных видов сыра и продуктов из молочной сыворотки.

ПК 5.1. Участвовать в планировании основных показателей производства.

ПК 5.2. Планировать выполнение работ исполнителями.

ПК 5.3. Организовывать работу трудового коллектива.

ПК 5.4. Контролировать ход и оценивать результаты выполнения работ исполнителями.

ПК 5.5. Вести утвержденную учетно-отчетную документацию.

Профессиональные компетенции для специальности 38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям):

ПК 1.1. Обрабатывать первичные бухгалтерские документы.

ПК 1.2. Разрабатывать и согласовывать с руководством организации рабочий план счетов бухгалтерского учета организации.

ПК 1.3. Проводить учет денежных средств, оформлять денежные и кассовые документы.

ПК 1.4. Формировать бухгалтерские проводки по учету имущества организации на основе рабочего плана счетов бухгалтерского учета.

ПК 2.1. Формировать бухгалтерские проводки по учету источников имущества организации на основе рабочего плана счетов бухгалтерского учета.

ПК 2.2. Выполнять поручения руководства в составе комиссии по инвентаризации имущества в местах его хранения.

ПК 2.2. Проводить подготовку к инвентаризации и проверку действительного соответствия фактических данных инвентаризации данным учета.

ПК 2.3. Отражать в бухгалтерских проводках зачет и списание недостачи ценностей (регулировать инвентаризационные разницы) по результатам инвентаризации.

ПК 2.4. Проводить процедуры инвентаризации финансовых обязательств организации.

ПК 3.1. Формировать бухгалтерские проводки по начислению и перечислению налогов и сборов в бюджеты различных уровней.

ПК 3.2. Оформлять платежные документы для перечисления налогов и сборов в бюджет, контролировать их прохождение по расчетно-кассовым банковским операциям.

ПК 3.3. Формировать бухгалтерские проводки по начислению и перечислению страховых взносов во внебюджетные фонды.

ПК 3.4. Оформлять платежные документы на перечисление страховых взносов во внебюджетные фонды, контролировать их прохождение по расчетно-кассовым банковским операциям.

ПК 4.1. Отражать нарастающим итогом на счетах бухгалтерского учета имущественное и финансовое положение организации, определять результаты хозяйственной деятельности за отчетный период.

ПК 4.2. Составлять формы бухгалтерской отчетности в установленные законодательством сроки.

ПК 4.3. Составлять налоговые декларации по налогам и сборам в бюджет, налоговые декларации по Единому социальному налогу (ЕСН) и формы статистической отчетности в установленные законодательством сроки.

ПК 4.4. Проводить контроль и анализ информации об имуществе и финансовом положении организации, ее платежеспособности и доходности.

**Общие методические указания**

Для успешного выполнения практической работы необходимо придерживаться определенной последовательности действий

***на подготовительном этапе:***

- используя конспекты и текст учебника, изучите тему или раздел, по которому предстоит выполнять практическую работу;

- ответьте на вопросы в конце параграфа учебника, выполните упражнения, заданные вам на дом;

***на этапе выполнения практической работы:***

- получите инструкционную карту с заданием, а также необходимый вспомогательный справочный материал у преподавателя;

- ответьте на контрольные вопросы при допуске (в случае возникновения затруднений еще раз обратитесь к конспектам);

- внимательно прочитайте все этапы выполняемых операций, распределите виды деятельности в своей группе и определите последовательность их выполнения, с учетом отводимого времени;

- выполните работу в соответствии с инструкционными указаниями и техническими требованиями, зафиксируйте результаты, оформите отчет, приведите в порядок рабочее место.

Содержание практических работ позволяет освоить:

-практические приёмы вычисления с помощью методов дифференциального и интегрального исчисления;

-виды и методы решения простейших дифференциальных уравнений;

-основные понятия теории вероятностей и математической статистики к решению задач.

В методических указаниях к выполнению практических работ содержится инструкция с четким алгоритмом хода работы. Каждой практической работе предшествует краткий теоретический материал и примеры решения и оформления задач.

**Требования к оформлению практической работы.**

Практические работы необходимо выполнять в специальных тетрадях с указанием номера, темы, целей работы.

**Алгоритм действий по выполнению практических заданий:**

1. Познакомится с теоретическим материалом.
2. Сделать краткий конспект теоретического материала в рабочих тетрадях (основные понятия, формулы, определения, примеры).
3. В тетрадях для практических работ выполнить самостоятельную работу или решить номера заданий, указанных в работе.
4. Сдать преподавателю тетради для проверки практической работы.

**Критерии оценивания практических работ**

Оценка «5» ставится, если верно и рационально решено 90-100% предполагаемых заданий, допустим 1 недочёт, неискажающий сути решения.

Оценка «4» ставится при безошибочном решении 80% предполагаемых заданий.

Оценка «3» ставится, если выполнено 70% предполагаемых заданий.

Оценка «2» ставится, если выполнено менее 70% предполагаемых заданий.

В результате выполнения практических работ обучающийся **должен уметь:**

* решать обыкновенные дифференциальные уравнения
* производить вычисления с помощью методов дифференциального и интегрального исчисления
* применять основные понятия теории вероятностей и математической статистики к решению задач.

В результате выполнения практических работ обучающийся **должен знать:**

* значение математики в профессиональной деятельности и при освоении ППССЗ;
* основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности;
* основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, линейной алгебры, теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики;
* основы интегрального и дифференциального исчисления.

**Инструкция по правилам техники безопасности   
для обучающихся в кабинете**[**математики**](https://ohranatruda.ru/ot_biblio/instructions/166/151519/)**Общие требования техники безопасности**

1. Соблюдение данной инструкции обязательно для всех обучающихся, занимающихся в кабинете.   
2. Спокойно, не торопясь, соблюдая дисциплину и порядок, входить и выходить из кабинета.   
3. Не загромождать проходы сумками и портфелями.   
4. Не включать электроосвещение и средства ТСО.   
5. Не открывать форточки и окна.   
6. Не передвигать учебные столы и стулья.   
7. Не трогать руками электрические розетки.   
8. Травмоопасность в кабинете:   
-при включении электроосвещения   
-при включении приборов ТСО   
-при переноске оборудования и т.п.   
9. Не приносить на занятия посторонние, ненужные предметы, чтобы не отвлекаться и не травмировать своих товарищей.   
10. Не садиться на трубы и радиаторы водяного отопления.

Требования техники безопасности перед началом занятий

1. Не открывать ключом дверь кабинета в отсутствии преподавателя.   
2. Входить в кабинет спокойно, не торопясь.   
3. Подготовить своё рабочее место, учебные принадлежности.   
4. Не менять рабочее место без разрешения учителя.   
5. Дежурным учащимся протереть доску чистой, влажной тканью.

Требования техники безопасности во время занятий

1. Внимательно слушать объяснения и указания учителя.   
2. Соблюдать порядок и дисциплину во время урока.   
3. Не включать самостоятельно приборы ТСО.   
4. Не переносить оборудование и ТСО .   
5. Всю учебную работу выполнять после указания учителя.   
6. Поддерживать чистоту и порядок на рабочем месте.

Требования техники безопасности в аварийных ситуациях

1. При возникновении аварийных ситуаций (пожар и т.д.), покинуть кабинет по указанию учителя в организованном порядке, без паники.   
2. В случае травматизма обратитесь к учителю за помощью.   
3. При плохом самочувствии или внезапном заболевании сообщите учителю.

Требования безопасности по окончании занятий

1. Приведите своё рабочее место в порядок.   
2. Не покидайте рабочее место без разрешения учителя.   
3. Обо всех недостатках, обнаруженных во время занятий, сообщите учителю.   
4. Выходите из кабинета спокойно, не толкаясь, соблюдая дисциплину.

ИНСТРУКЦИОННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА

**на выполнение практического занятия 1**

**по учебной дисциплине ЕН.01.Математика**

**Тема: «Дифференциальное исчисление»**

# Наименование работы: «Вычисление производных сложных функций»

## Цель занятия: закрепить навыки вычисления производных сложных функций.

**Приобретаемые умения и навыки**: применять теоретические знания в практических вычислениях, развитие вычислительных навыков, логического и оперативного мышления, самостоятельности, ответственности, точности.

**Формируемые компетенции (ОК)** ОК 2-4,8

**Норма времени: 2часа**

**Форма организации студентов**: индивидуальная.

**Оснащение рабочего места:** МК, таблица формул дифференцирования;методические указания для студентов.

**Контрольные вопросы при допуске:**

1 Что называется производной функции?

2.Сформулируйте правила дифференцирования.

3. Что такое сложная функция?

4. Как найти производную сложной функции?

**Инструкционные указания:**

Повторите формулы дифференцирования сложных функций;

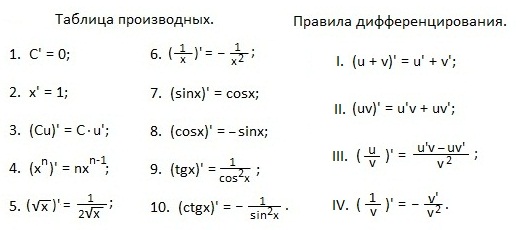
-решите задание для самостоятельной работы студентов на уроке;

- при выполнении заданий необходимо указать используемые формулы;

- при решении необходимо выполнить краткое пояснение к решению.

**Пояснения к работе:**

**Необходимые формулы:**



**Правило вычисления сложной функции.**

Если *y=f(u), где u=u(x),* то есть *y* — сложная функция, то производная сложной функции находится по следующему правилу*: y’=f'(u)·u'(x),* то есть производную внешней функции *f* надо умножить на производную внутренней функции *u.*

**Образец выполнения заданий:**

Рассмотрим примеры.

Найти производные функций:

**Пример 1**: 

Решение: 

+



**Пример 2**: 

Решение: 

**Пример 3**: 

Решение: 



**Пример 4**: Найти производную функции 

Решение: =

**Практическая работа студентов**

**Задание 1: Пользуясь формулами и правилами дифференцирования, найдите производные элементарных функций**:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. | а) ;  б) ;  в) . | 4. | а);  б) ;  в) . |
| 2. | а) ;  б) ;  в) . | 5. | а) ;  б) ;  в) . |
| 3. | а) ;  б) ;  в) . | 6. | а) ;  б) ;  в) . |

**Задание 2: Вычислить производную сложной функции**:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 7. | ; | 10. | ; |
| 8. | ; | 11. | ; |
| 9. | ; | 12. | ; |

**Задание 3: Вычислите производную сложной функций**:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 13. | ; | 16. | ; |
| 14. | ; | 17. | ; |
| 15. | ; | 18. | ; |

**Задание 4: Вычислите производную сложной функции**:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 19. | ; | 22. | ; |
| 20. | ; | 23. | ; |
| 21. | ; | 24. | ; |

**Контрольные вопросы:**

1. Дайте определение производной функции.
2. Дайте определение сложной функции.
3. Напишите основные формулы дифференцирования.
4. Запишите правило нахождения производной сложной функции.
5. В чем заключается геометрический и механический смысл производной

**Форма контроля выполнения практических работ:**

Выполненная работа представляется преподавателю в тетради для выполнения практических работ по дисциплине «Математика».

**Литература:** (автор, наименование, издательство, год издания)

1. Лисичкин В.Т., Соловейчик И.Л. Математика.- М.: Высш. шк., 1991.

2. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. – М.: Высш. шк., 2006.

ИНСТРУКЦИОННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА

**на выполнение практического занятия 2**

**по учебной дисциплине ЕН.01.Математика**

**Тема: « Дифференциальное исчисление»**

# Наименование работы: «Исследование функций с помощью 1-ой и 2-ой производных, построение графика»

## Цель занятия: исследовать функцию с помощью первой и второй производной; строить графики функций.

**Приобретаемые умения и навыки**: применять теоретические знания в практических вычислениях. Отработать навыки полного исследования функций с помощью первой и второй производной; построения графиков функций. Развитие логического и оперативного мышления, самостоятельности, ответственности, точности.

**Формируемые компетенции (ОК)** ОК 2-4,8

**Норма времени: 2часа**

**Форма организации студентов**: индивидуальная

**Оснащение рабочего места:** МК, таблица формул дифференцирования;методические указания для студентов.

**Контрольные вопросы при допуске:**

1. Что называется производной? Какой смысл имеет производная ?

2. Как определить точки экстремума функций с помощью: первой производной; второй производной?

3. В чём различие между нахождением максимума и минимума функции и нахождением её наибольшего и наименьшего значений?

4. Как определить промежутки выпуклости и выгнутости графика функции?

5. Что называется точкой перегиба и каковы необходимый и достаточный признаки её существования?

6. Какие алгоритмы исследования функций с помощью первой и второй производных вы знаете?

**Инструкционные указания:**

-Повторите формулы дифференцирования функций;

- изучите образец выполнения задания по теме «Исследование функций с помощью первой и второй производной»;

- научитесь строить графики функций;

- выполните контрольные задания;

- оформить решение в тетради;

- при построении графика за единичный отрезок возьмите две клетки тетради.

**Пояснения к работе:**

**Таблица формул дифференцирования**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № п/п | вид функции | формулы для  дифференцирова –  ния элементарных  функций | формулы для  дифференциро-  вания сложных  функций |
| 1 | Постоянная  функция y=C |  |  |
| 2 | Степенная  функция y=xn |  |  |
| 3 | Показательная  функция  y=ax  y=ex |  |  |
| 4 | Логарифмическая  функция  y=log x  y=ln x |  |  |
| 5 | Тригонометрические  функции  y=sin x  y=cos x  y= tg x  y=ctg x |  |  |
| 6 | Обратные  тригонометрические  функции  y=arcsin x  y=arccos x  y= arctg x  y=arcctg x |  |  |

**Образец выполнения задания:**

**Исследовать функцию с помощью 1-ой и 2-ой производной**

****

1. Область определения: 

2. Чётность, нечётность: Если  

т.к.  и функция не является чётной и не является нечётной.

3. Функция периодическая.

4. Точки пересечения с осями координат

. Точки пересечения с осью (*ох*) получим в результате построения графика функции.

5. Функция не имеет точек разрыва графика функции.

6. Найдём промежутки монотонности и экстремум функции.

, критические точки: 





Исследуем знак производной на каждом промежутке, выбирая по точке произвольно









Если  возрастает;  убывает на промежутке;

 возрастает при   убывает при 

Вычислим значение функции в критических точках





 меняет знак с “–” на “+” при переходе через точку -точка минимума;

 меняет знак с “+” на “–” при переходе через точку -точка максимума.

7. Найдём с помощью 2-ой производной точки перегиба графика функции и интервалы выпуклости графика

- критическая точка;



Исследуем знак 2-ой производной в промежутках:  и 



Если вторая производная  при переходе через точку  меняет свой знак - точка перегиба её графика  точка перегиба;

так как  на промежутке  график функции выпуклый вверх при ; т.к.  при  график функции выпуклый вниз на промежутке . Вычислим значение функции в точке 

- точка перегиба

1. Все вычисления сводим в таблицу:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| интервал |  | -1 |  | 2 |  |
|  | — | 0 | + | 0 | — |
|  |  |  |  |  |  |
| экстремум |  | MIN |  | MAX |  |
| интервал |  | |  |  | |
|  | — | | 0 | + | |
|  |  | |  |  | |
| точка перегиба, выпуклость графика | график выпуклый вверх | | перегиб | график выпуклый вниз | |

9. Строим график функции, выбираем дополнительные точки:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | -3 | -2 | -1 | 0 |  | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Y | 6.5 |  |  | -1 |  |  |  |  |  |









**Практическая работа студентов**

Выполнить полное исследование функции с помощью 1-ой и 2-ой производной, построить ее график.

**Вариант 1 2 3**



**Контрольные вопросы:**

1. Что такое критические точки функции?
2. Сформулировать достаточные условия возрастания и убывания функции.
3. Какими точками отделяются промежутки возрастания от промежутков убывания функции?
4. Сформулируйте правила нахождения точек экстремума функции.
5. Дайте определение выпуклости кривых.
6. Дайте определение точек перегиба.
7. Сформулируйте правило нахождения точек перегиба графика функции

**Форма контроля выполнения практических работ:**

Выполненная работа представляется преподавателю в тетради для выполнения практических работ по дисциплине «Математика».

**Литература:** (автор, наименование, издательство, год издания)

1. Лисичкин В.Т., Соловейчик И.Л. Математика.- М.: Высш. шк., 1991.

2. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. – М.: Высш. шк., 2006.

ИНСТРУКЦИОННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА

**на выполнение практического занятия 3**

**по учебной дисциплине ЕН.01.Математика**

**Тема: «Дифференциальное исчисление»**

# Наименование работы: «Применение дифференциального исчисления к исследованию функции»

**Цель занятия:** исследовать правило применения производной к исследованию функций на промежутки монотонности и экстремумы, применить данное правило при исследовании конкретных функций

**Приобретаемые умения и навыки**: применять теоретические знания в практических вычислениях, дифференцировать функции. Отработать навыки исследования функции на промежутки монотонности, экстремумы функции при решении конкретных задач. Развитие логического и оперативного мышления, самостоятельности, ответственности, точности.

**Формируемые компетенции (ОК)** ОК 1-9.

**Норма времени: 2часа**

**Форма организации студентов**: групповая

**Оснащение рабочего места:** МК, таблица формул дифференцирования;методические указания для студентов.

**Контрольные вопросы при допуске:**

1. Что называется производной? Какой смысл имеет производная?
2. Что называется промежутками монотонности функции?
3. Как определить промежутки возрастания(убывания)?
4. Какие точки называются критическими?
5. Как определить точки экстремума функций с помощью: первой производной; второй производной?
6. В чём различие между нахождением максимума и минимума функции и нахождением её наибольшего и наименьшего значений?

**Инструкционные указания:**

-Повторите достаточные признаки возрастания и убывании функции, достаточные условия существования экстремума в точке;

- изучите образец выполнения задания по теме «Применение дифференциального исчисления к исследованию функции »;

- научитесь находить промежутки возрастания, убывания функции;

- выполните контрольные задания;

- оформить решение в тетради.

**Пояснения к работе:**

**Достаточный признак возрастания функции**

Если производная функции положительна в каждой точке некоторого промежутка, то функция возрастает на данном промежутке

**Достаточный признак убывания функции**

Если производная функции отрицательна в каждой точке некоторого промежутка, то функция убывает на данном промежутке.

**Достаточные условия существования экстремума в точке (точка максимума и точка минимума)**

Если функция непрерывна в некоторой точке и слева от неё производная функции имеет знак «+», а справа от неё производная имеет знак «-», то данная точка является точкой максимума функции на данном промежутке.

Если функция непрерывна в некоторой точке и слева от неё производная функции имеет знак «-», а справа от неё производная имеет знак «+», то данная точка является точкой минимума функции на данном промежутке.

**Образец выполнения задания:**

Определить промежутки возрастания (убывания) точки минимума, максимума следующих функций:

**Пример 1**: .

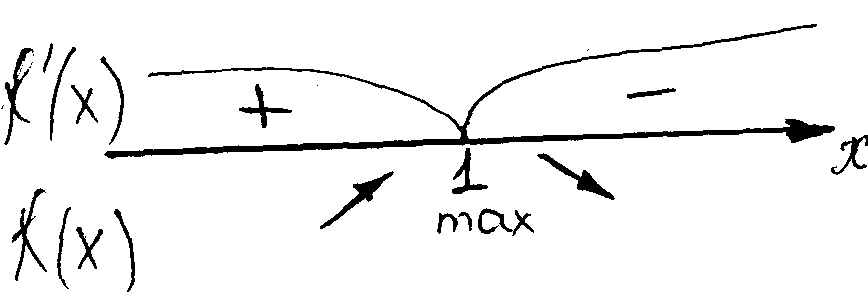
Решение: , т.к.  то функция убывает на всей оси ОДЗ.

**Пример 2**: .

Решение: 



-критическая точка.







Функция возрастает на 

Функция убывает на 





- точка максимума.

**Пример 3:** 

Решение: 

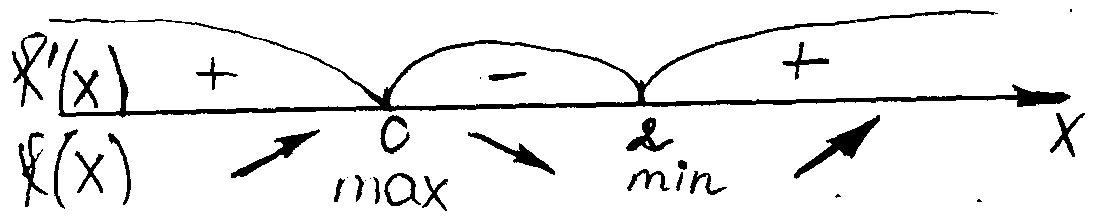




 или 

х = 0 х = 2 - критические точки

.









Функция возрастает на 

Функция убывает на 

- точка максимума - точка минимума

**Практическая работа студентов**

**1. Вариант**

1. Исследовать функцию на промежутки монотонности и экстремумы функции:



1. определить промежутки возрастания функции и точку минимума:



**2. Вариант**

1. Исследовать функцию на промежутки монотонности и экстремумы функции:

****

1. Определить промежутки убывания и точку максимума:



**3 Вариант**

1. Исследовать функцию на промежутки монотонности и экстремумы функции:



1. Определить промежутки возрастания и точки минимума:



**4 Вариант**

1. Исследовать функцию на промежутки монотонности и экстремумы функции:



1. Определить промежутки убывания и точки максимума:



**Контрольные вопросы:**

1. Как найти критические точки функции?
2. Какими точками отделяются промежутки возрастания от промежутков убывания функции?
3. Сформулируйте правила нахождения точек экстремума функции.

**Форма контроля выполнения практических работ:**

Выполненная работа представляется преподавателю в тетради для выполнения практических работ по дисциплине «Математика».

**Литература:** (автор, наименование, издательство, год издания)

1. Лисичкин В.Т., Соловейчик И.Л. Математика.- М.: Высш. шк., 1991.

2. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. – М.: Высш. шк., 2006.

ИНСТРУКЦИОННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА

**на выполнение практического занятия 4**

**по учебной дисциплине ЕН.01.Математика**

**Тема: «Интегральное исчисление»**

# Наименование работы: « Нахождение неопределенных интегралов»

## Цель занятия: закрепить навыки находить неопределенный интеграл методом непосредственного вычисления, методом замены переменной.

**Приобретаемые умения и навыки**: применять таблицу интегралов основных элементарных функций для отыскания неопределенного интеграла, решать задачи на отыскание неопределенного интеграла с помощью преобразования подынтегральных выражений, методом замены переменной, развитие вычислительных навыков, логического и оперативного мышления, самостоятельности, ответственности, точности.

**Формируемые компетенции (ОК)** ОК 1-9

**Норма времени: 2часа**

**Форма организации студентов**: групповая.

**Оснащение рабочего места:** МК, таблица интегралов;методические указания для студентов.

**Контрольные вопросы при допуске:**

1. 1.Что называется первообразной?
2. 2. Первообразная элементарных функций?
3. 3. Что называется неопределенным интегралом?
4. 4. .В чем заключается непосредственное интегрирование
5. 5. В чем заключается интегрирование методом подстановки?
6. 6. В чем заключается метод интегрирование по частям?

**Инструкционные указания:**

1. Повторить теоретический материал по теме практической работы.
2. Решить задачи.
3. Оформить решение в тетради.
4. Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.

**Пояснения к работе:**

**Краткие теоретические и учебно-методические материалы**

**Определение:** Функция *F(x)* называется первообразнойдля функции *f(x)*, если  или.

Любая непрерывная функция *f(x)* имеет бесконечное множество первообразных, которые отличаются друг от друга постоянным слагаемым.

**Определение:** Совокупность *F(x)+С* всех первообразных для функции *f(x)* называется неопределенным интегралом от этой функции и обозначается:*.*

Основные свойства неопределенного интеграла:

1.  2. ;

3.  4. ;

5. ; 6. .

**Непосредственное интегрирование**

Непосредственное интегрирование предполагает использование при нахождении неопределенных интегралов таблицы интегралов

**Таблица интегралов**

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

**Метод подстановки в неопределенном интеграле (метод замены переменной)**

Этот метод заключается в том, что заменяют переменную *х* на,где -непрерывно дифференцируемая функция, полагают  и получают 

При этом получают искомую функцию, выраженную через переменную *t*. Для возвращения к переменной *х* необходимо заменить *t*значением , которое находится из соотношения .

**Образец выполнения заданий:**

Рассмотрим примеры.

**Пример 1:** Найти неопределенный интеграл:

.

Решение: =

=





.

**Пример 2**: Найти неопределенный интеграл: .

Решение: =

.

**Пример 3**: Найти неопределенный интеграл 

Решение: =



Рассмотрим нахождение интегралов методом подстановки.

**Пример 4**: Найти неопределенный интеграл 

Решение:=



**Пример 5**: Найти неопределенный интеграл 

Решение:

=

**Пример 6**: Найти неопределенный интеграл 

Решение:=

**Пример 7**: Найти неопределенный интеграл 

Решение:=

==.

**Практическая работа студентов**

**Задание № 1. Найти неопределенный интеграл, пользуясь таблицей основных интегралов.**

1) 2) 3)

4) 5) 6)

7) 8) 9)



10) 11)  12

13) 

**Задание № 2. Найти неопределенный интеграл, преобразуя выражения стоящие под знаком интеграла.**

14)  15)

16)  17)

18)  19) 

20) ****

**Вариант 1**:

а) б)  в)

**Вариант 2**:

а)  б)  в)

**Вариант 3**:

а)  б)  в) 

**Вариант 4**:

а)  б) в)

**Контрольные вопросы:**

1. Что называется первообразной функции f(x)?
2. Что называется неопределенным интегралом функции f(x)?
3. Сформулируйте теорему о множестве первообразных функции f(x)?
4. Перечислите известные вам методы интегрирования.
5. Охарактеризуйте каждый из них.

**Форма контроля выполнения практических работ:**

Выполненная работа представляется преподавателю в тетради для выполнения практических работ по дисциплине «Математика».

**Литература:** (автор, наименование, издательство, год издания)

1. Лисичкин В.Т., Соловейчик И.Л. Математика.- М.: Высш. шк., 1991.

2. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. – М.: Высш. шк., 2006.

ИНСТРУКЦИОННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА

**на выполнение практического занятия 5**

**по учебной дисциплине ЕН.01.Математика**

**Тема: «Интегральное исчисление»**

# Наименование работы: «Вычисление определенных интегралов»

## Цель занятия: закрепить навыки вычисления определенных интегралов различными методами

**Приобретаемые умения и навыки**: вычислять определенный интеграл с помощью формулы Ньютона-Лейбница, решать задачи на отыскание определенного интеграла с помощью преобразования подынтегральных выражений, развитие вычислительных навыков, логического и оперативного мышления, самостоятельности, ответственности, точности.

**Формируемые компетенции (ОК)** ОК 1-9

**Норма времени: 2часа**

**Форма организации студентов**: групповая.

**Оснащение рабочего места:** МК, таблица интегралов;методические указания для студентов.

**Контрольные вопросы при допуске:**

1. 1. Что называется определенным интегралом?
2. 4. .Какие свойства определённого интеграла вам известны?
3. 5. Какие способы интегрирования вам известны?
4. 6. Как выглядит формула Ньютона-Лейбница?

**Инструкционные указания:**

1. Повторить теоретический материал по теме практической работы.
2. Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.
3. Решить задачи.
4. Оформить решение в тетради.

**Пояснения к работе:**

**Краткие теоретические и учебно-методические материалы**

### Определенный интеграл и его свойства

Пусть функция определена на отрезке . Разобьем отрезок на *n* частей точками , выберем на каждом элементарном отрезке  произвольную точку ξk и обозначим через  длину каждого такого отрезка.

Интегральной суммой для функции на отрезке  называется сумма вида



Определение: Определенным интегралом от функции на отрезке называется предел интегральной суммы при условии, что длина наибольшего из элементарных отрезков стремится к нулю:



Для любой функции , непрерывной на отрезке , всегда существует определенный интеграл 

Простейшие свойства определенного интеграла

1. Определенный интеграл от алгебраической суммы конечного числа функций равен алгебраической сумме определенных интегралов от слагаемых функций:



2) Постоянный множитель можно выносить за знак определенного интеграла

**

3) При перестановке пределов интегрирования определенный интеграл меняет знак на противоположный:

**

1. Определенный интеграл с одинаковыми пределами равен нулю: ******
2. Отрезок интегрирования можно разделить на части*:*

**

*с*-точка, лежащая между *а* и *b.*

6) Если  на отрезке , то .

Для вычисления определенного интеграла от функции , в том случае , когда можно найти соответствующую первообразную , служит формула Ньютона-Лейбница:

** =*F(b)-F(a)***

**Образец выполнения заданий:**

Рассмотрим нахождение простейших определенных интегралов.

**Пример 1**: Вычислить определенный интеграл .

Решение: =

**Пример 2:** Вычислить определенный интеграл: .

Решение: 



.

**Вычисление определенного интеграла методом замены переменной**

При вычислении определенного интеграла методом замены переменной (способом подстановки) определенный интеграл  преобразуется с помощью подстановки или  в определенный интеграл относительно новой переменной t. При этом старые пределы интегрирования a и b заменяются соответственно новыми пределами t1 и t2, которые находятся из исходной подстановки.

Из первой подстановки новые пределы интегрирования вычисляются непосредственно: .

Из второй подстановки новые пределы интегрирования находятся путем решения уравнений .

Таким образом, имеем



**Пример 3:** Вычислить определенный интеграл методом замены переменной 

Решение: =

.

**Пример 4:** Вычислить определенный интеграл: .

Решение: 



.

**Практическая работа студентов**

**Задание № 1. Вычислить определенный интеграл.**

**1)  2) **

**3)  4) **

**5)  6)**

**7) 8)**

**9) 10) **

**11)****12) **

**13) 14) **

**15) 16) **

**Контрольные вопросы:**

1. Дать определение определенного интеграла.
2. Перечислить свойства определенного интеграла.
3. Запишите формулу Ньютона-Лейбница для вычисления определенного интеграла.
4. В чем отличия методов замены переменной в определенном и неопределенном интегралах?

**Форма контроля выполнения практических работ:**

Выполненная работа представляется преподавателю в тетради для выполнения практических работ по дисциплине «Математика».

**Литература:** (автор, наименование, издательство, год издания)

1. Лисичкин В.Т., Соловейчик И.Л. Математика.- М.: Высш. шк., 1991.

2. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. – М.: Высш. шк., 2006.

ИНСТРУКЦИОННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА

**на выполнение практического занятия 6**

**по учебной дисциплине ЕН.01 Математика**

**Тема: «Интегральное исчисление»**

# Наименование работы: «Решение простейших прикладных задач с помощью определенного интеграла»

**Цель занятия:** Научиться решать прикладные задачи, вычислять площади фигур с помощью определённого интеграла.

***Приобретаемые умения и навыки***: Уметь применять теоретические знания в практических вычислениях. Отработать вычислительные навыки. Развитие логического мышления, самостоятельности, ответственности, точности.

**Формируемые компетенции (ОК)** ОК 2-4,8

**Норма времени:** 2 часа

**Форма организации студентов**: индивидуальная.

**Оснащение рабочего места**: МК, таблицы производных и интегралов методические указания для студентов.

**Контрольные вопросы при допуске**

* 1. Что является основной задачей интегрального исчисления?
  2. Что называется первообразной?
  3. Что называется неопределенным интегралом?
  4. Что называется определенным интегралом?
  5. Назовите свойства определённого интеграла.
  6. Чем отличаются друг от друга подынтегральная функция и подынтегральное выражение?
  7. Как проверить результат интегрирования?
  8. В чем состоит геометрический смысл неопределенного интеграла?
  9. В чем состоит геометрический смысл определённого интеграла?
  10. Может ли площадь криволинейной трапеции быть равна отрицательной величине, нулю, и почему?
  11. Какие методы интегрирования вам известны?

**Инструкционные указания**

- Выполнить задания в соответствии с полученным вариантом;

- сделайте чертеж к задаче на вычисление площади фигуры, ограниченной линиями;

- при выполнении заданий необходимо указать используемые формулы;

- при решении задач необходимо выполнить краткое пояснение к решению;

- задание, выполненное не по своему варианту, не засчитывается.

**Пояснения к работе:**

**Образец выполнения заданий:**

**Пример1.** Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой и прямой, сделать чертеж.

; 

**Решение.** Площадь фигуры, ограниченной графиком вычисляет по формуле:



Чтобы определить пределы интегрирования ***а*** и ***в*** решим систему уравнений:

у = х2 - 6х + 7 у = х + 1 у = х + 1

у = х + 1 х +1 = х2 - 6х + 7 х2 - 7х + 6 = 0

Найдем корни квадратного уравнения:



;;

а = 1; в = 6, т.к. у нас даны уравнения 2-х линий

; вычислим значение интеграла:





; 

Построим график функций

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| х | 0 | 2 |  | х | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| у | 1 | 3 | y | 7 | 2 | -1 | -2 | -1 | 2 | 7 |



**Ответ.** 

**Практическая работа студентов**

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) б) в)



{ { {

1. Вычислить интеграл 
2. При сжатии пружины на 0.05м затрачивается работа 25Дж. Какую работу необходимо совершить, чтобы сжать пружину на 0.1м?
3. Вычислить интеграл 
4. Вычислить значение интеграла 
5. Вычислить 
6. Найти неопределенный интеграл 
7. Вычислить определенный интеграл 
8. При сжатии пружины на 0.08м затрачивается работа 35Дж. Какую работу необходимо совершить, чтобы сжать пружину на 0.2м?
9. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями 
10. Два тела движутся по прямой из одной и той же точки. Первое тело движется со

скоростью **u= (3t – 6t)** м / с, второе - со скоростью **u=( 10 t-20** ) м / с. В какой момент и на каком расстоянии от начальной точки произойдет их встреча?

1. Два тела движутся по прямой из одной и той же точки. Первое тело движется со

скоростью **u= (8t – 6t)** м / с, второе - со скоростью **u=( 12 t-9** ) м /с. На каком расстоянии друг от друга они окажутся через 10с?

1. Вычислите 

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| вариант | 1 | 2 | 3 | 4 |
| задания | 1а, 2, 3, 4 | 1б, 4, 9, 5 | 1в, 8, 11, 6 | 10, 7, 12, 13 |

**Контрольные вопросы:**

1. Что называется первообразной функции f(x)?
2. Что называется определенным интегралом функции f(x)?
3. Формула Ньютона-Лейбница.
4. Свойства определенного интеграла.
5. Сформулируйте понятие криволинейной трапеции.
6. Сформулируйте правила нахождения площади криволинейной трапеции.

**Форма контроля выполнения практических работ:**

Выполненная работа представляется преподавателю в тетради для выполнения практических работ по дисциплине «Математика».

**Литература: (Автор, наименование, издательство, год издания)**

1. Лисичкин В.Т., Соловейчик И.Л. Математика.- М.: Высш. шк., 1991.

2. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. – М.: Высш. шк., 2006.

ИНСТРУКЦИОННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА

**на выполнение практического занятия 7**

**по учебной дисциплине ЕН.01.Математика**

**Тема: « Интегральное исчисление»**

**Наименование работы: «Вычисление определённого интеграла» (Контрольная работа)**

**Цель занятия: Обобщить и систематизировать знания, умения и навыки по теме: «Вычисление определенного интеграла».**

**Проверяемые умения и навыки**: вычислять определенный интеграл с помощью формулы Ньютона-Лейбница, решать задачи на отыскание определенного интеграла с помощью преобразования подынтегральных выражений, развитие вычислительных навыков, логического и оперативного мышления, самостоятельности, ответственности, точности.

**Формируемые компетенции (ОК)** ОК 1-9

**Норма времени: 2часа**

**Форма организации студентов**: групповая.

**Оснащение рабочего места:** МК, таблица интегралов;методические указания для студентов.

**Контрольные вопросы при допуске:**

1. 1. Что называется определенным интегралом?
2. 4. .Какие свойства определённого интеграла вам известны?
3. 5. Какие способы интегрирования вам известны?
4. 6. Как выглядит формула Ньютона-Лейбница?

**Инструкционные указания:**

1. Повторить теоретический материал по теме практической работы.
2. Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.
3. Решить задачи.
4. Оформить решение в тетради.

**Пояснения к работе:**

**Образец выполнения заданий:**

Пример 1. Вычислите интеграл .



Решение. Найдем множество всех первообразных для функции :



.



Пользуясь формулой Ньютона-Лейбница, получаем:



.



О т в е т: .



Пример 2. Выясните, при каком отрицательном значении переменной *а* верно равенство

?



Решение. Поскольку для одной из первообразных является ,



.



Следовательно, нужно решить уравнение:

,



,



,



.



Отрицательный корень этого уравнения – это число –1.

О т в е т: -1.

Тест для самоконтроля:

Выберите правильный вариант ответа.

1. Значение равно:



а); б) ; в) .



1. Равенство (где *a* > 0) верно, если *а* равно:



а) 1; б) 2; в) 3.

**Практическая работа студентов**

Вариант 1.

1. Вычислите интегралы: а) ; б) .



1. Докажите справедливость равенства: .



Вариант 2.

1. Вычислите интегралы: а) ; б) .



1. Докажите справедливость равенства: .



Вариант 3.

1. Вычислите интегралы: а) ; б) .



1. Докажите справедливость равенства: .



Вариант 4.

1. Вычислите интегралы: а) ; б) .



1. Докажите справедливость равенства: .



Вариант 5.

1. Вычислите интегралы: а) ; б)



1. Верно ли неравенство: ?



Вариант 6.

1. Вычислите интегралы: а); б) .



1. Верно ли неравенство: ?



Вариант 7.

1. Вычислите интегралы: а) ; б) .



1. Верно ли неравенство: ?



Вариант 8.

1. Вычислите интегралы: а) ; б) .



1. Верно ли неравенство: ?



**Контрольные вопросы:**

1. Дать определение определенного интеграла.
2. Перечислить свойства определенного интеграла.
3. Запишите формулу Ньютона-Лейбница для вычисления определенного интеграла.
4. В чем отличия методов замены переменной в определенном и неопределенном интегралах?

**Форма контроля выполнения практических работ:**

Выполненная работа представляется преподавателю в тетради для выполнения практических работ по дисциплине «Математика».

**Литература:** (автор, наименование, издательство, год издания)

1. Лисичкин В.Т., Соловейчик И.Л. Математика.- М.: Высш. шк., 1991.

2. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. – М.: Высш. шк., 2006.

ИНСТРУКЦИОННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА

**на выполнение практического занятия 8**

**по учебной дисциплине ЕН.01.Математика**

**Тема: Обыкновенные дифференциальные уравнения**

# Наименование работы: «Решение дифференциальных уравнений»

**Цель занятия:** Научиться решатьдифференциальныеуравнения первого порядка. Закрепление полученных теоретических знаний по теме.

**Приобретаемые умения и навыки**: Уметь применять теоретические знания в практических вычислениях. Отработать вычислительные навыки. Развитие логического и оперативного мышления. Воспитание самостоятельности, ответственности, точности.

**Формируемые компетенции (ОК):** ОК 1-9

**Норма времени:** 2часа

**Форма организации студентов**: групповая.

**Оснащение рабочего места**: МК, таблицы производных и интегралов,методические указания для студентов.

**Контрольные вопросы при допуске**

* 1. Какое уравнение называется дифференциальным?
  2. Что называется решением дифференциального уравнения?
  3. Какое решением дифференциального уравнения называется общим а какое частным?
  4. Назовите известные вам типы дифференциального уравнения.
  5. Чем отличается уравнение с разделяющимися переменными от дифференциального уравнения с разделенными переменными?
  6. Каков общий вид дифференциального уравнения с разделяющимися переменными и дифференциального уравнения с разделенными переменными?
  7. В какой последовательности решают дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными? Как разделяют переменные?

**Инструкционные указания**

-Повторите теоретический материал по теме практической работы

- Выполнить задания в соответствии с полученным вариантом;

- при выполнении заданий необходимо указать используемые формулы;

- при решении задач необходимо выполнить краткое пояснение к решению;

- задание, выполненное не по своему варианту, не засчитывается.

**Пояснения к работе:**

1. **Алгоритм решения дифференциального уравнения первого порядка**

***y' = f(x,y)*** с разделяющими переменными

1. Рассмотрим производную *y'* как отношение дифференциалов ,



1. Перенесем *dx* в правую часть и разделим уравнение на *h(y):*



1. Разделим обе части уравнения на *h(y) ≠ 0*
2. Запишем уравнение в форме:



1. Проинтегрируем дифференциальное уравнение:



где C − постоянная интегрирования.

1. Вычислим интегралы, получаем выражение



1. **Алгоритм решения дифференциального уравнения первого порядка**

**вида**



1. Пусть *y = uv*, тогда по правилу дифференцирования произведения функций и линейное дифференциальное уравнения первого порядка примет вид или



1. Выберем функцию *v(x)* так, чтобы в этом уравнении выражение в скобках обратилось в нуль:



1. Разделим в уравнении переменные.



1. Выполним почленное интегрирование, найдём функцию *v.* Так как функция *v* - решение уравнения, то её подстановка в уравнение даёт



1. Найдём функцию *u* как общее решение этого уравнения.
2. Найдем решение исходного линейного дифференциального уравнения первого порядка. Оно равно произведению функций *y = uv.*

**Образец выполнения заданий:**

**Решить дифференциальное уравнение 1 порядка**

***1.****xdx + ydy=0*

**Решение:**

Переменные здесь разделены. Интегрируя, получим:

*xdx = - ydy*



***2.****(y +1)dx=(x-1)dy*

**Решение:**

Разделим обе части уравнения на *(y +1)(x-1)*, получим:



Теперь интегрируем:



Так как С произвольно, можно положить С=lnC, то получим:

*ln(x-1)+lnC=ln(y+1)*

*lnC(x-1)=ln(y+1)*

*Cx-C=y+1*

*y=Cx-C-1*

*3.* **Решить дифференциальное уравнение  и найти частное решение, удовлетворяющее начальному условию *у*(0) = 1.**

**Решение :**

; Разделяем переменные .

Интегрируем обе части последнего равенства



В результате получим



Таким образом, получаем общий интеграл



Находим частное решение уравнения. Подставляем начальное условие 

1(0 + С) = 1; С = 1

Отсюда получаем частный интеграл



**Практическая работа студентов**

**Задание 1: Проверить подстановкой, что данная функция является общим решением (интегралом) данного дифференциального уравнения:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. | 1. ; | 4. |  |
| 2. |  | 5. | ; |
| 3. | 1. ; | 6. | ; |

**Задание 2: Найти общие решения дифференциальных уравнений методом разделения переменных:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 7. |  | 10. |  |
| 8. |  | 11. |  |
| 9. |  | 12. |  |

**Задание 3: Найти частные решения уравнений первого порядка, удовлетворяющие указанным начальным условиям:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 13. |  | 16. |  |
| 14. |  | 17. |  |
| 15. |  | 18. |  |

**Задание 4**: **Решить линейные уравнения первого порядка:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 19. |  | 22. |  |
| 20. |  | 23. |  |
| 21. |  | 24. |  |

**Задание 5**: **Найти частные решения однородных дифференциальных уравнений:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 25. |  | 28. |  |
| 26. |  | 29. |  |
| 27. |  | 30. |  |

**Контрольные вопросы:**

1. Дайте определение дифференциального уравнения.
2. Дайте определение общего решения дифференциального уравнения.
3. Дайте определение дифференциального уравнения с разделяющими переменными.
4. Дайте определение дифференциального уравнения первого порядка.

**Форма контроля выполнения практических работ:**

Выполненная работа представляется преподавателю в тетради для выполнения практических работ по дисциплине «Математика».

**Литература:** (автор, наименование, издательство, год издания)

1. Лисичкин В.Т., Соловейчик И.Л. Математика.- М.: Высш. шк., 1991.

2. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. – М.: Высш. шк., 2006.

ИНСТРУКЦИОННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА

**на выполнение практического занятия 9**

**по учебной дисциплине ЕН.01.Математика**

**Тема: « Обыкновенные дифференциальные уравнения»**

# Наименование работы: «Решение дифференциальных уравнений 2 порядка»

**Цель занятия:** Научиться решатьдифференциальныеуравнения второго порядка. Закрепление полученных теоретических знаний по теме.

**Приобретаемые умения и навыки**: Уметь применять теоретические знания в практических вычислениях. Отработать вычислительные навыки. Развитие логического и оперативного мышления. Воспитание самостоятельности, ответственности, точности.

**Формируемые компетенции (ОК):** ОК 1-9

**Норма времени:** 2часа

**Форма организации студентов**: групповая.

**Оснащение рабочего места**: МК, таблицы производных и интегралов,методические указания для студентов.

**Контрольные вопросы при допуске**

1. Какой вид имеет простейшее дифференциальное уравнение второго порядка?
2. Как записывается линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами?
3. Что такое характеристическое уравнение?
4. Какой вид имеет решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, если корни характеристического уравнения: действительные и различные; действительные и равные; комплексные сопряженные?

**Инструкционные указания**

-Повторите теоретический материал по изучаемой теме

- Выполнить задания в соответствии с полученным вариантом;

- при выполнении заданий необходимо указать используемые формулы;

- при решении задач необходимо выполнить краткое пояснение к решению;

- задание, выполненное не по своему варианту, не засчитывается.

**Пояснения к работе:**

**1.**Уравнение вида  *y´´+py´+qy=0*  называется дифференциальным уравнением 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

Для решения такого уравнения составляется характеристическое уравнение, заменив в уравнении *y´´, y´* и *y* на *k2, k, 1* соответственно. Таким образом необходимо решить уравнение *k2+p k+q=0.*

**2.Три случая решения уравнения:**

1 случай. Корни характеристического уравнения действительные и разные по величине. Тогда исходное уравнение будет иметь два линейно независимых частных решения:



А общее решение будет 

2 случай. Корни характеристического уравнения действительные и равные по величине. Тогда исходное уравнение будет иметь два линейно независимых частных решения:



А общее решение будет 

3 случай. . Корни характеристического уравнения комплексные, а именно

*k1=a+bi , k2=a-bi*. Тогда исходное уравнение будет иметь два линейно независимых частных решения:



А общее решение будет 

**Образец выполнения заданий:**

**1. Пример решения уравнения.**

Рассмотрим пример решения дифференциального уравнения:

y´´- 6y´+13y=0

*Решение:*

Составим характеристическое уравнение

*k2 -6k+13=0*

Оно имеет корни *k1=3+2i* и *k2=3-2i*

Следовательно, частными решениями будут 

Общим решением будет 

**Практическая работа студентов**

**Задание 1: Решите дифференциальное уравнение второго порядка**

**1.** y´´- 4y´+3y=0

**2.** y´´- 6y´+9y=0

**3.** y´´+2y´+2y=0

**4.**



**5.**



**6.**



**Задание 2:** Найти общее и частное решение линейного дифференциального уравнения второго порядка, если указаны начальные условия , , 

**1. а)**   ,

**б) **

**2. а)**   ,

**б)** 

**3. а)**   ,

**б)** 

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| вариант | 1 | 2 | 3 |
| задания | **Задание 1: 1,6**  **Задание 2: 1** | **Задание 1: 2,5**  **Задание 2: 2** | **Задание 1:3,4**  **Задание 2: 3** |

**Контрольные вопросы:**

1. Дайте определение дифференциального уравнения.
2. Дайте определение общего решения дифференциального уравнения.
3. Дайте определение дифференциального уравнения с разделяющими переменными.
4. Дайте определение дифференциального уравнения первого порядка.

**Форма контроля выполнения практических работ:**

Выполненная работа представляется преподавателю в тетради для выполнения практических работ по дисциплине «Математика».

**Литература:** (автор, наименование, издательство, год издания)

1. Лисичкин В.Т., Соловейчик И.Л. Математика.- М.: Высш. шк., 1991.

2. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. – М.: Высш. шк., 2006.

ИНСТРУКЦИОННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА

**на выполнение практического занятия 10**

**по учебной дисциплине ЕН.01.Математика**

**Тема:«**Обыкновенные дифференциальные уравнения. **»(** Контрольная работа.)

**Цель занятия*:*** обобщить и систематизировать знания обучающихся по решениюдифференциальныхуравнений.

**Проверяемые умения и навыки:** Уметь применять теоретические знания при решении дифференциальных уравнений. Отработать вычислительные навыки. Развитие логического и оперативного мышления. Воспитание самостоятельности, ответственности, точности.

**Формируемые компетенции (ОК)** ОК 1-9

**Норма времени: 2часа**

**Форма организации студентов**: групповая.

**Оснащение рабочего места**: МК, таблицы производных и интегралов, методические указания для студентов.

**Контрольные вопросы при допуске**

* 1. Какое уравнение называется дифференциальным?
  2. Что называется решением дифференциального уравнения?
  3. Какое решением дифференциального уравнения называется общим а какое частным?
  4. Назовите известные вам типы дифференциального уравнения.
  5. Чем отличается уравнение с разделяющимися переменными от дифференциального уравнения с разделенными переменными?
  6. Каков общий вид дифференциального уравнения с разделяющимися переменными и дифференциального уравнения с разделенными переменными?
  7. В какой последовательности решают дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными? Как разделяют переменные?
  8. Какой вид имеет простейшее дифференциальное уравнение второго порядка?
  9. Как записывается линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами?
  10. Что такое характеристическое уравнение?
  11. Какой вид имеет решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, если корни характеристического уравнения: действительные и различные; действительные и равные; комплексные сопряженные?

**Инструкционные указания**

- Выполнить задания в соответствии с полученным вариантом;

- при выполнении заданий необходимо указать используемые формулы;

- при решении задач необходимо выполнить краткое пояснение к решению;

- задание, выполненное не по своему варианту, не засчитывается.

**Практическая работа студентов**

1. Найти общее решение дифференциального уравнения 
2. Решить дифференциальное уравнение 
3. Найти решение дифференциального уравнения  х = 7; у = - 2
4. Решить дифференциальное уравнение 
5. Решить дифференциальное уравнение 
6. Решить дифференциальное уравнение 
7. Найти частное решение дифференциального уравнения
8. Решить дифференциальное уравнение 
9. Решить дифференциальное уравнение (5х - 3)dх – 9уdу = 0 ; х = 4; у = - 3
10. Тело,температура которого 25град.С, погружено в термостат, в котором поддерживается температура 0 град.С. Зная, что скорость охлаждения тела пропорциональна разности между температурами тела и окружающей среды, определите, за какое время тело охладится до 10 град.С, если за 20 мин оно охлаждается до 20 град.С.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| вариант | 1 | 2 | 3 |
| задания | 9; 8, 1; 10 | 7; 5, 4; 10 | 6; 3, 2; 10 |

**Форма контроля выполнения практических работ:**

Выполненная работа представляется преподавателю в тетради для выполнения практических работ по дисциплине «Математика».

**Литература:** (автор, наименование, издательство, год издания)

1. Лисичкин В.Т., Соловейчик И.Л. Математика.- М.: Высш. шк., 1991.

2. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. – М.: Высш. шк., 2006.

ИНСТРУКЦИОННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА

**на выполнение практического занятия 11**

**по учебной дисциплине ЕН.01.Математика**

**Тема: «Последовательности и ряды»**

# Наименование работы: «Разложение функций в ряд Маклорена»

**Цель занятия:** Научить методу разложения основных элементарных функций в степенные ряды с помощью ряда Маклорена.

**Приобретаемые умения и навыки**: применять теоретические знания в практических вычислениях, развитие вычислительных навыков, логического и оперативного мышления, самостоятельности, ответственности, точности. Отработать навыки разложения в степенной ряд основных функций: синус, косинус, логарифм, корень любой степени

**Формируемые компетенции (ОК)** ОК 2-4,8

**Норма времени: 2часа**

**Форма организации студентов**: индивидуальная.

**Оснащение рабочего места:** МК, таблица разложения в степенной ряд основных элементарных функций, методические указания для студентов.

**Контрольные вопросы при допуске:**

1. Что называется числовым рядом? Назовите, какие ряды вы знаете.
2. Какой ряд называют знакочередующимся, знакопеременным?
3. Какие признаки сходимости используют для знакочередующегося ряда?
4. Дайте определение признака Даламбера, необходимого признака сходимости?
5. Что называют степенным рядом?
6. Как определить радиус и промежуток сходимости степенного ряда?
7. Что называют суммой ряда, остатком ряда, как их можно определить?
8. Какие элементарные функции можно разложить в степенной ряд?
9. Какой числовой ряд называют сходящимся, расходящимся? Приведите примеры рядов сходящихся, расходящихся.

**Инструкционные указания:**

-Повторите формулы степенных рядов Тейлора и Маклорена;

-повторите формулы разложение элементарных функций в степенной ря

-решите,в соответствии с вариантом, задание для практической работы.

**Пояснения к работе:**

**Ряды Тейлора и Маклорена**

Рядом Тейлора для функции у=f(x) называется степенной ряд вида:



Если а=0, то получим частный случай ряда Тейлора, который называют рядом Маклорена

Если функция f(x) имеет производные любых порядков в окрестности точки x=0 , то



разложение функции по степеням x имеет вид:

  .



Говорят, что функция f(x) разложена в ряд Маклорена.

Для разложения функции f(x) в ряд Маклорена нужно:

1. Найти производные  ,  ,  ,…,  ,…;



2. Вычислить значения производных в точке x=0;

3. Составить ряд для заданной функции и найти его интервал сходимости



4. Найти интервал  ), в котором остаточный член ряда Маклорена  при  .



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Разложение функции в ряд Маклорена | Интервал сходимости степенного ряда и область определения функции |
| 1 |  |  |
| 2 |  |  |
| 3 |  |  |
| 4 |  |  |
| 5 |  |  |
| 6 |  |  |
| 7 |  |  |
| 8 |  |  |
| 9 |  |  |

**Образец выполнения заданий:**

**Разложить в ряд Маклорена функцию  cos 2x .**

Решение. Воспользуемся формулой разложения в ряд Маклорена функции cos x  :  . Заменим в этом разложении x на 2x , получим



 или  . Разложение справедливо при любом x , поэтому ряд Маклорена для функции cos2x сходится к порождающей его функции на всей его оси.



**Практическая работа студентов**

|  |  |
| --- | --- |
| 1. **Вариант 1**   Разложить функцию в ряд Маклорена.  1)   1. 2) . | 1. **Вариант 2** 2. Разложить функцию в ряд Маклорена.   1)   1. 2) . |
| 1. **Вариант 3** 2. Разложить функцию в ряд Маклорена. 3. 1) 4. 2) . | 1. **Вариант 4** 2. Разложить функцию в ряд Маклорена.   1)  2) . |
| 1. **Вариант 5** 2. Разложить функцию в ряд Маклорена. 3. 1) 4. 2) . | 1. **Вариант 6**   Разложить функцию в ряд Маклорена.  1)   1. 2) . |

**Контрольные вопросы:**

* + 1. **1.**Записатьряд Тейлора?

**2**.Записать ряд Маклорена?

**3.**В чем отличие ряда Тейлора от ряда Маклорена?

**4*.***Записать определения сходящегося и расходящегося степенного ряда?

**5.**Записать определениярадиуса сходимости функции?

**Форма контроля выполнения практических работ:**

Выполненная работа представляется преподавателю в тетради для выполнения практических работ по дисциплине «Математика».

**Литература:** (автор, наименование, издательство, год издания)

1. Лисичкин В.Т., Соловейчик И.Л. Математика.- М.: Высш. шк., 1991.

2. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. – М.: Высш. шк., 2006.

ИНСТРУКЦИОННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА

**на выполнение практического занятия 12**

**по учебной дисциплине ЕН.01.Математика**

**Тема: «Последовательности и ряды»**

# Наименование работы: «Применение степенных рядов к приближенным вычислениям значений функций».

**Цель занятия:** закрепить метод разложения основных элементарных функций в степенные ряды с помощью ряда Маклорена.

**Приобретаемые умения и навыки**: Уметь применять теоретические знания в практических приближенных вычислениях. Отработать навыки разложения в степенной ряд основных функций: синус, косинус, логарифм, корень любой степени.

**Формируемые компетенции (ОК)** ОК 2-4,8

**Норма времени: 2часа**

**Форма организации студентов**: индивидуальная.

**Оснащение рабочего места:** МК, таблица разложения в степенной ряд основных элементарных функций, методические указания для студентов.

**Контрольные вопросы при допуске:**

1. Что называется числовым рядом? Назовите, какие ряды вы знаете.
2. Какой ряд называют знакочередующимся, знакопеременным?
3. Какие признаки сходимости используют для знакочередующегося ряда?
4. Дайте определение признака Даламбера, необходимого признака сходимости?
5. Что называют степенным рядом?
6. Как определить радиус и промежуток сходимости степенного ряда?
7. Что называют суммой ряда, остатком ряда, как их можно определить?

**Инструкционные указания:**

-Повторите формулы степенных рядов Тейлора и Маклорена;

-повторите формулы разложение элементарных функций в степенной ряд;

- изучите применениестепенных рядов к приближённым вычислениям;

-решите, в соответствии с вариантом, задание для практической работы.

**Пояснения к работе:**

**Ряды Тейлора и Маклорена**

Рядом Тейлора для функции у=f(x) называется степенной ряд вида:



Если а=0, то получим частный случай ряда Тейлора, который называют рядом Маклорена



Если функция f(x) имеет производные любых порядков в окрестности точки x=0 , то

разложение функции по степеням x имеет

вид:  .



Говорят, что функция f(x) разложена в ряд Маклорена.

Для разложения функции f(x) в ряд Маклорена нужно:

1. Найти производные  ,  ,  ,…,  ,…;



2. Вычислить значения производных в точке x=0;

3. Составить ряд для заданной функции и найти его интервал сходимости



4. Найти интервал  ), в котором остаточный член ряда Маклорена  при  .



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Разложение функции в ряд Маклорена | Интервал сходимости степенного ряда и область определения функции |
| 1 |  |  |
| 2 |  |  |
| 3 |  |  |
| 4 |  |  |
| 5 |  |  |
| 6 |  |  |
| 7 |  |  |
| 8 |  |  |
| 9 |  |  |

**Применение степенных рядов к приближённым вычислениям**

**Образец выполнения заданий:**

**Пример 1.** Вычислить Sin 73o с точностью до 0,0001.

Решение. Проведём в радианную меру 73о по формуле



Разложение функции у=Sin x, выполняется по формуле:



представив в формулу полученное здание угла в радианной мере, получим выражение:



или Sin 73o≈0.957 – приближенное значение. Точное значение вычислим с помощью МК у=Sin 73o=0.9563; определим погрешность вычислений



абсолютная погрешность



относительная погрешность

**Пример 2**. Вычислить ln 1.005 с точность до 0,000001.

Решение. Рассмотрим ряд:



представляя его а ряд, получим:



-

приближенное значение функции точное значение находим с помощью МК

ln 1.005=0.004988

Определенное погрешность вычислений:



- абсолютная погрешность вычислений; относительная погрешность:



**Пример 3.** Извлечь с точностью до 0,00001 значение корня:



Решение. Преобразуем выражение

Рассмотрим биноминальный ряд



х=0,25; тогда:



Ответ:

**Практическая работа студентов**

**1. Используя соответствующие ряды, выполнить вычисления с заданной точностью до 0,0001. Ответ проверить на МК, вычислить абсолютную погрешность вычислений:**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Вариант1** | **Вариант2** | **Вариант3** | **Вариант4** | **Вариант5** |
| **Sin 26o;** | **Sin 38o;** | **Sin 65o** | **Sin 78o;** | **Sin 54o;** |
| **Cos 16;** | **Cos 47o;** | **Cos 58o** | **Cos 37o;** | **Cos 63o;** |
| **ln 1,2;** | **ln 1,11;** | **ln 1,12** | **ln 1,15;** | **ln 1,23o;** |

2**. Используя биноминальный ряд вычислить с точностью до 0,00001:**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Вариант1** | **Вариант2** | **Вариант3** | **Вариант4** | **Вариант5** |
|  |  |  |  |  |

**3. Разложить в ряд Маклорена функцию:**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Вариант1** | **Вариант2** | **Вариант3** | **Вариант4** | **Вариант5** |
|  |  |  |  |  |

**Контрольные вопросы:**

**1**.Записать ряд Маклорена?

**4*.***Записать определения сходящегося и расходящегося степенного ряда?

**5.**Записать определениярадиуса сходимости функции?

**Форма контроля выполнения практических работ:**

Выполненная работа представляется преподавателю в тетради для выполнения практических работ по дисциплине «Математика».

**Литература:** (автор, наименование, издательство, год издания)

1. Лисичкин В.Т., Соловейчик И.Л. Математика.- М.: Высш. шк., 1991.

2. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. – М.: Высш. шк., 2006.

ИНСТРУКЦИОННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА

**на выполнение практического занятия 13**

**по учебной дисциплине ЕН.01.Математика**

**Тема: «Основы теории вероятностей»**

**Наименование работы:****«Решение задач по теории вероятностей »**

**Цель занятия:** Научиться решать простейшие задачи по теории вероятностей.

**Приобретаемые умения и навыки:** обобщение, систематизация, закрепление полученных теоретических знаний по теме; развитие логического мышления, самостоятельности, ответственности, точности.

**Формируемые компетенции (ОК)** ОК 1-9

**Норма времени:2часа**

**Форма организации студентов**: групповая.

**Оснащение рабочего места**: МК, опорные конспекты по теме, методические указания для студентов

**Контрольные вопросы при допуске**

1.Что называется факториалом, где его применяют?

2. Что называется соединением, какие виды соединений вы знаете?

3. Что называется перестановкой, как вычисляются перестановки?

4. Что называется размещениями, как вычисляются размещения?

5. Что называется сочетанием, как вычисляются сочетания?

6. Какие соединения называют упорядоченными?

**Инструкционные указания**

-Изучите способ решения задачи 1 по теме*:* «Основы теории вероятностей»;

- решите в соответствии с вариантом задание для практической работы студентов на уроке.

**Пояснения к работе**

**Задача 1**

В коробке из 18 пакетов молока находится 7 с кислым молоком. Наугад выбирают 6

пакетов. Найти вероятность того, что из 6 пакетов 4 окажутся с кислым молоком.

Решение:

n -число всех независимых равновозможных исходов, оно равно числу сочетаний из 18

элементов по 6.

n =



m - благоприятные исходы.

Среди 6 взятых на удачу пакетов, 4 должны быть с кислым молоком, а 2 со свежим. Всего по условию задачи пакетов с кислым молоком 7, из них выбирают 4, тогда количество пакетов с кислым молоком, необходимых нам будет равно числу сочетаний из

7 элементов по 4.



Числу способов выборки 2 пакетов со свежим молоком, 18-7= 11 пакетов со свежим молоком равно числу сочетаний из 11 по 2.1



Пакеты со свежим молоком могут комбинироваться с пакетами с кислым молоком, поэтому общее количество благоприятных комбинаций составляют:



Событие А - из 7 отобранных пакетов 4 окажутся с кислым молоком.

Вероятность Р(А) = m/n=1925/18564 = 0,104 = 10,4 %. Ответ: Р(А) =0,104.

**Практическая работа студентов**

***Вариант 1***

1. В магазине покупают надувные шарики. У продавца в коробке лежит 14 шариков, из  
   них 6 дырявых. Наугад продавец выбирает 7 шариков. Найти вероятность того, что из 7  
   надувных шариков 2 окажутся дырявыми.

***Вариант 2***

1. В корзине находится 20 яблок. 4 яблока кислых. Не глядя из корзины, берут 6 яблок.  
   Найти вероятность того, что из 6 яблок 3 окажутся кислыми.

***Вариант 3***

1. В корзине из 25 грибов 7 червивых. Наугад выбирают 5 грибов. Найти вероятность  
   того, что из 5 грибов 3 окажутся червивыми.

***Вариант 4***

1. В коробке находится 15 карандашей, из них 4 сломанных. Наугад выбирают 7  
   карандашей. Найти вероятность того, что из 7 карандашей 2 окажутся сломанными.

***Вариант 5***

1. В партии из 18 костюмов находится 5 бракованных костюмов. Наугад выбирают 10  
   костюмов. Найти вероятность того, что из 10 костюмов 3 окажутся бракованными.

***Вариант 6***

1. В партии из 22 деталей находится 10 бракованных деталей. Наугад выбирают 12  
   деталей. Найти вероятность того, что из 12 деталей 5 окажутся бракованными.

***Вариант 7***

1. В коробке из 28 игрушек находится 7 сломанных. Наугад выбирают 11 игрушек. Найти  
   вероятность того, что из 11 игрушек 5 окажутся сломанными.

Задачи для всех вариантов

- Всхожесть семян оценивается вероятностью 0,8. Какова вероятность того, что из пяти посеянных семян взойдет три?

- В первой урне находятся 15 белых и 8 черных шара, а во второй – 4 белых и 10 черных шаров. Из каждой урны вынули по шару. Какова вероятность того, что оба шара окажутся черными?

- В лотерее из 10000 билетов имеются 200 выигрышных. Вынимают наугад один билет.

Какова вероятность того, что этот билет выигрышный?

**Контрольные вопросы по теме:**

1. Что называется событием, какие виды событий вы знаете?

2. Что называется вероятностью события, в каких пределах она существует?

3. Как называется событие, вероятность которого равна: нулю; единице?

4. Какие события называют независимыми, зависимыми, совместными, несовместными?

5. Какие теоремы и формулы применяют в теории вероятностей?

**Форма контроля выполнения практических работ:**

Выполненная работа представляется преподавателю в тетради для выполнения практических работ по дисциплине «Математика».

**Литература:** (автор, наименование, издательство, год издания)

1. Лисичкин В.Т., Соловейчик И.Л. Математика.- М.: Высш. шк., 1991.

2. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. – М.: Высш. шк., 2006.

ИНСТРУКЦИОННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА

**на выполнение практического занятия 14**

**по учебной дисциплине ЕН.01.Математика**

**Тема: «Основы теории математической статистики»**

**Наименование работы:** **« Решение простейших задач математической статистики»**

**Цель занятия*:*** Научиться: вычислять характеристики случайной величины, объем выборки и частоту; определять статистическое распределение; строить гистограмму относительных частот и полигон их распределения.

**Приобретаемые умения и навыки:** обобщение, систематизация, закрепление полученных теоретических знаний по теме; развитие логического мышления, самостоятельности, ответственности, точности.

**Формируемые компетенции (ОК)** ОК 1-9

**Норма времени**: 2часа

***Форма организации студентов***: групповая.

***Оснащение рабочего места***: МК, чертежные инструменты, таблица формул по теме, методические указания для студентов.

**Контрольные вопросы при допуске**

1. Какие распределения случайных величин вы знаете?
2. Что такое выборка и как найти ее объем?
3. Что называют частотой случайной величины, как ее определить?
4. Какие характеристики случайной величины существуют?
5. Чем отличается полигон от гистограммы?

**Инструкционные указания**

- Изучить способ решения задачи по теме «Элементы математической статистики»;

- решить в соответствии с вариантом задание для практической работы студентов на уроке;

- построить гистограмму относительных частот и полигон их распределения.

**Пояснения к работе:**

**Образец выполнения заданий**

**Задача**

В результате испытания X приняла следующие значения: x1 = 9; x2 = 4, х3 = 2; х4 = 5;

х5 = 9; x6 = 2; х7 = 1; x8= 8; х9 = 6; х10= 12; х11 =4; x12 = 7; х13 = 2; х14 = 12; х15 *=*10; х16 = 1;

x17 = 4; x18 = 2; х19 = 4; х20 = 8; x21 = 3; х22 = 5; х23 = 6; х24 = 10; х25 = 3.

Требуется:

Составить таблицу, установить зависимость между значениями случайной величины X и ее частотами.

1. Построить статистическое распределение.
2. Изобразить полигон распределения.
3. Построить гистограмму относительных частот.
4. Найти среднее значение X, вычислить Д — дисперсию, среднее квадратичное отклонение.

Решение



1.Найдем объем выборки

Составим таблицу зависимости между значениями случайной величины X и ее частотами

nx.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 12 |
| nx | 2 | 4 | 2 | 4 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |

2. Статистическое распределение.

Определим относительную частоту появления X



Таблица статистического распределения случайной величины имеет вид:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 101 |  | 12 |
| Wi | 2/25 | 4/25 | 2/25 | 4/25 | 2/25 | 2/25 | 1/25 | 2/25 | 2/25 | 2/25 |  | 25/25 |

Сумма относительных частот должна равняться 1.

Проверим, так ли это:



Относительные частоты запишем в десятичной дроби.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |  | 12 |
| Wi | 0,08 | 0,16 | 0,08 | 0,16 | 0,08 | 0,08 | 0,04 | 0,08 | 0,08 | 0,08 |  | 0.08 |

Это статистическое распределение случайной величины.

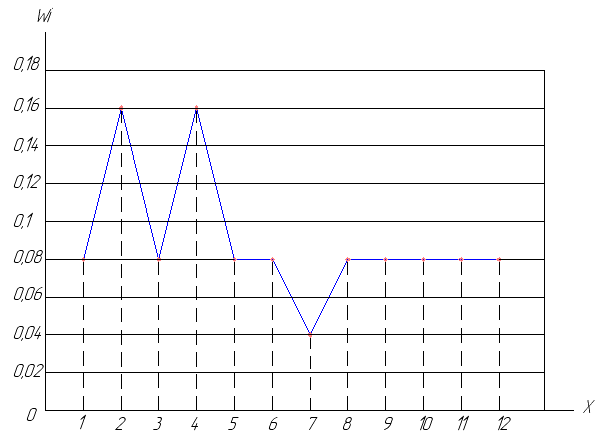
3.Изобразим полигон распределения величины.

На плоскости xOw изобразим точки с координатами (Xi; Wi)

(1; 0,08); (2; 0,16); (3; 0,08); (4; 0,16); (5; 0,08); (6; 0,08); (7; 0,04); (8; 0,08);(9; 0,08); (10:

0,08); (12; 0,08). Соединяя точки, последовательно получим полигон распределения

случайной величины х.



4.Построим гистограмму относительных частот.

Предварительно составим таблицу интервалов и частоты появления случайной величины X.

Разобьем весь промежуток (0; 12) на 6 интервалов, имеющих одинаковые длины и посчитаем частоту появления X на каждом участке.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| I | (0;2] | (2; 4] | (4; 6] | (6; 8] | (8; 10] | (10; 12] |
| **nх** | 6 | 6 | 4 | 3 | 4 | 2 |

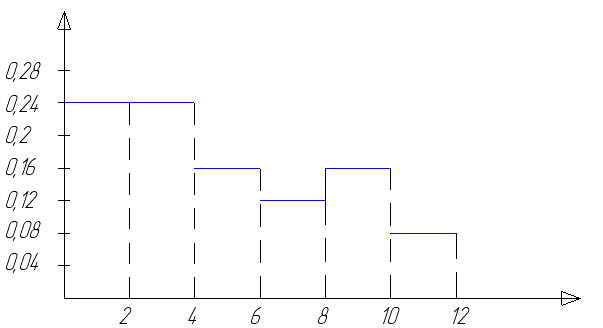
Объем выборки n = 6 + 6 + 4 + 3 + 4 + 2 = 2 Статистическое распределение имеет вид:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| I | (0;2] | (2; 4] | (4; 6] | (6; 8] | (8; 10] | (Ю; 12] |
| **nх** | 6/25 | 6/25 | 4/25 | 3/25 | 4/25 | 2/25 |

Вычислим относительную частоту появления случайной величины на каждом интервале в виде десятичной дроби

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| I | (0;2] | (2; 4] | (4; 6] | (6; 8] | (8; 10] | (10; 12] |
| **Пх** | 0,24 | 0,24 | 0,16 | 0,12 | 0,16 | 0.08 |

Построим гистограмму относительных частот



5.Найдем среднее значение случайной величины X, вычислим дисперсию и среднее квадратичное отклонение.

Средним значением случайной величины X, заданной статистическим распределением называется выражение.



М(Х) = X

Для выборки М(Х) = X = 5,56.

Вычислим статистическую дисперсию.



= 0,08(1 - 5,56)2 + 0,16(2 - 5,56)2 + 0,08(3 - 5,56)2 + 0,16(4 - 5,56)2 + 0,08(5 - 5,56)2 +

0,08(6 - 5,56)2 + 0,04(7 - 5,56)2 + 0,08(8 - 5,56)2 + 0,08(9 - 5,56)2 + 0,08(10 - 5,56)2 +

0,08(12 - 5,56)2 = 1,664 + 2,028 + 0,52 + 0,389 + 0,025 + 0,016 + 0,083 + 0,476 + 0,947 +

1.577 + 3,318 = 11,047

Д(Х)=11,047.

Среднее квадратичное отклонение:



=3,32

**Ответ:** M(X)=5,56 Д(X)=11,047 =3,32

**Практическая работа студентов**

**Вариант 1**.

В результате испытания X приняла следующие значения: x1 = 3; х2 = 8; x3 = 1; х4 = 5; х5 = 1; х6 = 4; х7 = 1; х8 = 3; х9 = 7; х10 = 4; х11 = 8; x12 = 3; x13 = 4; х14 = 5; *x15* = 1; x16 = 9;  
х17 = 3; x18 = 6; x19 = 2; x20 = 4; x21 = 8; x22 = 3; x23 = 5; x24 = 9; x25 = 6.

Требуется:

Составить таблицу, установить зависимость между значениями случайной величины X и

ее частотами.

1. Построить статистическое распределение.
2. Изобразить полигон распределения.
3. Построить гистограмму относительных частот.
4. Найти среднее значение X, вычислить Д - дисперсию, среднее квадратическое  
   отклонение.

**Вариант 2**.

В результате испытания X приняла следующие значения: x1 = 2;х2 = 4;х3=1 х4=10; х5 = 8; х6 = 5; х7 = 9; х8 = 3; х9 = 6; х10 = 5; х11 = 2; x12 = 10; *х13* = 4; х14 = 5; x15 = 1;

x16 = 3; х17 = 9; x18 = 6; xJ9 = 2; x20 = 4; x21 = 8; x22 = 3; x23 = 5; x24 = 9; x25 = 6.

Требуется:

Составить таблицу, установить зависимость между значениями случайной величины X и

ее частотами.

1. Построить статистическое распределение.
2. Изобразить полигон распределения.
3. Построить гистограмму относительных частот.
4. найти среднее значение Х, вычислить Д-дисперсию, среднее квадратичное отклонение.

**Вариант3.**

В результате испытания X приняла следующие значения: x1 = 9; х2 = 4; х3 = 2; x4 = 5;х5 = 9; х6 = 2; х7 = 3; х8 = 8; х9 = 6; х10 = 12; х11 = 4; x12 = 7; х13 = 2; х14 = 12; х15 = 10; х16 = 4  
*х17 =* 1; x18 = 2; x19 = 4; х20 = 8; x21 = 3; х22 = 5; х23 = 7; х24 = 10; х25 = 6.

Требуется:

Составить таблицу, установить зависимость между значениями случайной величины X и

ее частотами.

1. Построить статистическое распределение.
2. Изобразить полигон распределения.
3. Построить гистограмму относительных частот.
4. Найти среднее значение X, вычислить Д - дисперсию, среднее квадратичное  
   отклонение.

**Вариант 4*.***

В результате испытания X приняла следующие значения: x1 = 9; x2 = 4; х3 = 2; х4 = 5;  
х5 = 9; х6 = 2; х7 = 3; х8 = 8; х9 = 6; x10 = 12; х11 = 4; x12 = 7; х13 = 2; х14 = 12; х15 = 10; х16 =1  
х17 = 4; x18 = 2; *х19* = 4; х20 = 8; *х21* = 3; х22 = 5; х23 = 6; х24 = 10; х25 = 3.

Требуется:

Составить таблицу, установить зависимость между значениями случайной величины X и

ее частотами.

1. Построить статистическое распределение.
2. Изобразить полигон распределения.
3. Построить гистограмму относительных частот.
4. Найти среднее значение X, вычислить Д - дисперсию, среднее квадратичное отклонение.

**Вариант** **5.**

В результате испытания X приняла следующие значения: x1 = 2; х2=4; Х3 = 1; x4= 10; х5 = 8; х6 = 5; х7 = 9; x8 = 3; х9 = 6; х10 = 5; х11 = 2; *х12*= 10; x13 = 4; х14 = 5; х15 = 8; x16 = 5; x17 = 6; x18 = 2; x19 = 2; x20 = 7; x21= 5; x22 = 6; х23 = 7; x24 = 4; x25 = 2.

Требуется:

Составить таблицу, установить зависимость между значениями случайной величины X и

ее частотами.

1. Построить статистическое распределение.
2. Изобразить полигон распределения.
3. Построить гистограмму относительных частот.
4. Найти среднее значение X, вычислить Д - дисперсию, среднее квадратичное  
   отклонение.

**Вариант** **6.**

В результате испытания X приняла следующие значения: x1 = 1; х2 = 5; х3 = 6; х4 = 4;x5=4;х6= I;x7 = 2;x8 = 6;x9 = 5;x10= 1;х11 = 3;x12 = 4;x13 = 2; х14 = .3; x15 = 1;x16= 3;  
х17 = 9; x18 = 6; x19 = 2; х20 = 4; *х21* = 8; х22 = 3; х23 = 5; х24 = 9; х25 = 6.

Требуется:

Составить таблицу, установить зависимость между значениями случайной величины X и

ее частотами.

1. Построить статистическое распределение.
2. Изобразить полигон распределения.
3. Построить гистограмму относительных частот.
4. Найти среднее значение X, вычислить Д - дисперсию, среднее квадратичное  
   отклонение.

**Форма контроля выполнения практических работ:**

Выполненная работа представляется преподавателю в тетради для выполнения практических работ по дисциплине «Математика».

**Литература: (Автор, наименование, издательство, год издания)**

1. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. – М.: Высш. шк., 2006.

2. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. - М.: Высш. шк., 1999.

Инструкционно-технологические карты для выполнения практических занятий студентами специальности

38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям)

ИНСТРУКЦИОННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА

**на выполнение практического занятия 15**

**по учебной дисциплине ЕН.01. Математика**

**Тема: «Решение систем линейных уравнений различными методами»**

**Цель занятия**: закрепить знания обучающихся по теме.

**Приобретаемые умения и навыки:** применять теоретические знания в практических вычислениях. Уметь решить системы трех линейных уравнений с тремя неизвестными методом Гаусса и по формулам Крамера. Развитие логического и оперативного мышления, самостоятельности, ответственности, точности.

**Формируемые компетенции:** ОК 2,4,5,8; ПК 1.1 – 4.4

**Норма времени: 2часа**

**Форма организации студентов**: индивидуальная

**Оснащение рабочего места:** МК, формулы;методические указания для студентов.

**Контрольные вопросы при допуске:**

1. Какая система называется однородной, совместной, определенной?
2. Какие существуют эквивалентные преобразования СЛАУ?
3. Какие последовательные действия необходимо совершить при решении СЛАУ методом Гаусса?
4. Какие последовательные действия необходимо совершить при решении СЛАУ методом Крамера?

**Инструкционные указания:**

1. Повторить теоретический материал по теме практической работы.
2. Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.
3. Решить задания.
4. Оформить решение в тетради.

**Пояснения к работе:**

**Краткие теоретические и учебно-методические материалы**

1. Решить систему методом Гаусса.

1. Решить систему по формулам Крамера:



 =  =7  + 3  + 5  = 7(6 + 1) + 3(15 - 2) + 5(-5-4) = 49 + 39 – 45 = 43

 =  = 32  + 3  + 5  = 86

 =  = 7  - 32  + 5  = - 43

 =  = 7  + 3  + 32  = 7(28 + 11) + 3 (70 - 22) + 32(-5-4) = 129

x =  =  = 2, y =  =  = 1, z =  =  = 3

Ответ: (2; -1; 3)

**Практическая работа студентов**

Решить СЛАУ методом Гаусса и Крамера

**Вариант №1**

1. 2. 

**Вариант №2**

1. 2. 

**Вариант №3**

1. 2. 

**Вариант №4**

1. 2. 

**Вариант №5**

1. 2. 

**Вариант №6**

1. 2. 

**Контрольные вопросы:**

1. Дать определение однородной, совместной, определенной системы.
2. Перечислить эквивалентные преобразования СЛАУ.
3. Перечислить последовательные действия при решении СЛАУ методом Гаусса.
4. Перечислить последовательные действия при решении СЛАУ методом Крамера.

**Форма контроля выполнения практических работ:**

Выполненная работа представляется преподавателю в тетради для выполнения практических работ по дисциплине «Математика».

**Литература: (автор, наименование, издательство, год издания)**

1. Соболь Б. В., Мишняков Н. Т. Практикум по высшей математики. – Ростов н/Д: Феникс, 2006.

2. Дадаян А. А. Математика. – М.:ФОРУМ: ИНФРА – М, 2006.

3. Филимонова Е.В. Математика: Учебное пособие для средних специальных учебных заведений. – Ростов н/Д: Феникс, 2005.

ИНСТРУКЦИОННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА

**на выполнение практического занятия 16**

**по учебной дисциплине ЕН.01. Математика**

**Тема: «Вычисление пределов функций с использованием формул первого и второго замечательного предела»**

**Цель занятия**: Закрепить навыки нахождения предела последовательности, функции

**Приобретаемые умения и навыки:** применять теоретические знания в практических вычислениях. Уметь работать с учебником и справочником. Уметь вычислять пределы функций, применять формулы первого и второго замечательного предела. Развитие логического и оперативного мышления, самостоятельности, ответственности, точности.

**Формируемые компетенции:** ОК 2, 4,5,8; ПК 1.1 – 4.4

**Норма времени: 2 часа**

**Форма организации студентов**: индивидуальная

**Оснащение рабочего места:** МК, формулы;методические указания для студентов.

**Контрольные вопросы при допуске:**

* 1. Какая величина называется бесконечно малой и бесконечно большой?
  2. Как можно раскрыть неопределенность вида 0/0 и ∞/∞?
  3. Какие теоремы о пределах вам известны?

**Инструкционные указания:**

1. Повторить теоретический материал по теме практической работы.
2. Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.
3. Решить задания.
4. Оформить решение в тетради.

**Пояснения к работе:**

Если каждому натуральному числу n поставлено в соответствие число хn, то говорят, что задана последовательность. Общий элемент последовательности является функцией от n.

xn = f(n)

Таким образом, последовательность может рассматриваться как функция порядкового номера элемента.

Задать последовательность можно различными способами – главное, чтобы был указан способ получения любого члена последовательности.

Пример № 1. {xn} = {(-1)n} или {xn} = -1; 1; -1; 1; …

Число **а** называется пределом последовательности {xn}, если для любого положительного ε>0 существует такой номер N, что для всех n > N выполняется условие: Это записывается: lim xn = a. В этом случае говорят, что последовательность {xn}сходится к а при n→∞.

**Основные теоремы о пределах:**

Теорема 1. , где С = const.

Следующие теоремы справедливы при предположении, что функции f(x) и g(x) имеют конечные пределы при х→а.

Теорема 2. 

Теорема 3. 

Следствие. 





**Неопределенности:**

При избавлении от неопределенности вида  необходимо числитель и знаменатель дроби разделить на n в старшей степени.

**Пример № 1.**

Вычислите предел:



При избавлении от неопределенности вида  необходимо числитель и знаменатель дроби разложить на множители и сократить общие множители.

**Пример № 2.**

Найти предел .

Для нахождения этого предела разложим на множители числитель и знаменатель данной дроби

x2 – 6x + 8 = 0; x2 – 8x + 12 = 0;

## D = 36 – 32 = 4; D = 64 – 48 = 16;

x1 = (6 + 2)/2 = 4; x1 = (8 + 4)/2 = 6;

x2 = (6 – 2)/2 = 2 ; x2 = (8 – 4)/2 = 2;

Тогда 

**Практическая работа студентов**

Вычислить предел функции:

**Вариант №1 Вариант №2**

1) ** 1) **



2)   2)  

3)   3)     
4)   4)  

5)  (1+) 5)  (1+)



6)   6)  

**Вариант №3 Вариант№4**

1) ** 1) **



2)   2)  

3)   3)  

4)   4)  

5)  (1+) 5)  (1+2x)

6)   6)  

**Контрольные вопросы:**

1. Дать определение бесконечно малой и бесконечно большой величины.
2. Перечислить теоремы о пределах.
3. Перечислить методы раскрытия неопределенностей вида 0/0 и ∞/∞.

**Форма контроля выполнения практических работ:**

Выполненная работа представляется преподавателю в тетради для выполнения практических работ по дисциплине «Математика».

**Литература: (автор, наименование, издательство, год издания)**

1. Филимонова Е.В. Математика: Учебное пособие для средних специальных учебных заведений. – Ростов н/Д: Феникс, 2005.

2. Лисичкин В.Т., Соловейчик Н.Л. Математика. – М.: Высшая школа, 1991.

3. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. – М.: Высшая школа, 2012.

ИНСТРУКЦИОННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА

**на выполнение практического занятия 17**

**по учебной дисциплине ЕН.01. Математика**

**Тема: «Вычисление линейных комбинаций и умножение матриц»**

**Цель занятия**: закрепить знания обучающихся по теме

**Приобретаемые умения и навыки:** применять теоретические знания в практических вычислениях. Уметь работать с учебником и справочником. Уметь производить операции над матрицами и определителями. Развитие логического и оперативного мышления, самостоятельности, ответственности, точности.

**Формируемые компетенции:** ОК 2, 4,5,8; ПК 1.1 – 4.4

**Норма времени: 2часа**

**Форма организации студентов**: индивидуальная

**Оснащение рабочего места:** МК, формулы;методические указания для студентов.

**Контрольные вопросы при допуске:**

* 1. Дайте определение матрицы.
  2. Какая матрица называется квадратной, диагональной, единичной?
  3. Какие операции можно выполнять над матрицами?
  4. Дайте определение определителя матрицы.
  5. Какие свойства определителя вам известны?
  6. Какие способы вычисления определителей вам известны?

**Инструкционные указания:**

1. Повторить теоретический материал по теме практической работы.
2. Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.
3. Решить задания.
4. Оформить решение в тетради.

**Пояснения к работе:**

**Матрицей** называют множество чисел, образующих прямоугольную таблицу, которая содержит m строк и n столбцов. Для записи матрицы используется следующее обозначение:

А== 

Линейные операции над матрицами:

1. Сложить матрицы:

А=; В=

А+В= = 

2. Умножить матрицу на число:

А= и k = 3

3А = 3 = 

3. Умножение матриц:

А и В

А•В =  = 

**Определитель матрицы.**

Определитель второго порядка записывается

А =  = 

Пример:

Вычислить определитель:

 = (-1)\*2 – 4\*5 = -2 – 20 = -22

Определитель третьего порядка записывается

 = 

Вычислить определитель третьего порядка разложением по элементам первой строки:

 =  = 3 (4+20) –1 (-2-0) +2 (4-0) = 72 + 2 + 8 = 82

**Практическая работа студентов**

**Вариант 1.**

* 1. Найти матрицу: 4A+ 3B- 2C , где

А = , В = , С = .

* 1. Найти матрицу: А2 + 2В, где

А = , В = 

* 1. Вычислить определитель:



* 1. Найти А∙В:

А = , В = 

1. Найти обратную матрицу

А = .

**Вариант 2.**

1. Найти матрицу: 2А - 7В + 3С, где

А = , В = , С = 

1. Найти матрицу: А2 - 3В, где

А = , В = 

1. Вычислить определитель:



1. Найти А∙В:

А = , В = 

1. Найти обратную матрицу:

А = 

**Контрольные вопросы:**

1. Дать определение матрицы.
2. Дать определение квадратной, диагональной, единичной матрицы.
3. Перечислить операции, производимые над матрицами.
4. Дать определение определителя матрицы.
5. Перечислить свойства определителя.
6. Перечислить способы вычисления определителей.

**Форма контроля выполнения практических работ:**

Выполненная работа представляется преподавателю в тетради для выполнения практических работ по дисциплине «Математика».

**Литература: (автор, наименование, издательство, год издания)**

1. Филимонова Е.В. Математика: Учебное пособие для средних специальных учебных заведений. – Ростов н/Д: Феникс, 2005.

2. Лисичкин В.Т., Соловейчик Н.Л. Математика. – М.: Высшая школа, 1991.

3. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. – М.: Высшая школа, 2012.

**Заключение**

Предлагаемые методические указания по организации и проведению практических работ составлены в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом среднего профессионального образования и рабочей программой дисциплины ЕН.01.Математикадля специальностей 08.02.07. Монтаж и эксплуатация внутренних сантехнических устройств, кондиционирования воздуха и вентиляции, 35.02.07.Механизация сельского хозяйства, 35.02.08.Электрификация и автоматизация сельского хозяйства, 13.02.02.Теплоснабжение и теплотехническое оборудование, 23.02.03.Техническое обслуживание и ремонт автомобильного транспорта, 23.02.01.Организация перевозок и управление на транспорте (по видам), 19.02.03. Технология хлеба, кондитерских и макаронных изделий, 19.02.07. Технология молока и молочных продуктов, 38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям).

Теоретический материал представлен логически последовательно, сопровождается необходимыми формулами для математической обработки результатов практической работы, что делает его доступным для понимания студентов любого уровня подготовки. Инструкционно-технологические карты содержат алгоритм выполнения задания, а также рекомендации по оформлению работы. Контрольные вопросы, размещенные в заключительной части инструкционно-технологической карты практической работы, нацелены на проверку уровня усвоения теоретического материала.

Методические указания могут быть использованы для самостоятельной работы студентов.

**Литература**

***Основные источники***

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник. – М.: Академия, 2012.
2. Башмаков М.И. Математика. Задачник. – М.: Академия, 2012.
3. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. – М.: Высш. шк., 2012.
4. Богомолов Н.В. Математика. – М.: Дрофа, 2012.
5. Гусев В.А., Григорьев С.В., Иволгина С.В. Математика. Учебник. – М.: Академия, 2012.
6. Погорелов А.В. Геометрия. Учебник для 10-11классов. – М.: Просвещение, 2012.

***Дополнительные источники***

1. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11кл. – М.:Просвещение, 2005.
2. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика: учебник для ссузов. – М.: Дрофа, 2006.
3. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т. Я. Математика в упражнениях и задачах (ч.1,2). – М.: ООО «Издательский дом «ОНИКС 21 век»: ООО «Издательство «Мир и Образование», 2010.
4. Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10-11кл. – М., Просвещение, 2010.
5. Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М., Фридман М.Ф. Высшая математика для экономистов. - М.: Банки и биржи, 2008.
6. Лисичкин В.Т., Соловейчик И.Л. Математика.- М.: Высш. шк., 1991.
7. Степанова Т.С. Математика. Весь школьный курс в таблицах. - Минск: современная школа, 2006.
8. Титаренко А.М, Математика: 9-11 классы: 6000 задач и примеров (мастер-класс для учителя). – М.: ЭКСМО, 2007.
9. Бунимович Е.А., Булычев В.А. Вероятность и статистика в курсе математики общеобразовательной школы: лекции 1-4. – М.: Педагогический университет «Первое сентября», 2006.
10. Поурочные разработки по геометрии: 10-11класс /Сост. В. Я. Яровенко /.- М.: ВАКО, 2007.
11. Крамор В.С. Готовимся к экзамену по математике: учебное пособие. - М.: ООО «Издательство ОНИКС»: ООО «Издательство «Мир и Образование», 2010.